



**Übungen zu Scientific Computing mit Python  
Sommersemester 2024**

**Übungsblatt 6**

Ausgabe 28.6., Übungen KW 27+28, Abgabe bis 15.7.

Numerik von Bewegungsgleichungen

**1. Aufgabe: Schwingungsgleichung**

Wir wollen die allgemeine Schwingungsgleichung

$$m\ddot{x}(t) + \gamma\dot{x}(t) + kx(t) = F(t)$$

numerisch lösen (siehe Vorlesung) und damit das typische Verhalten von Oszillatoren für verschiedene Parameter untersuchen.

Bitte alle Antworten/Rechnungen/Plots in ein Protokoll zusammenfassen, um die Ergebnisse zu dokumentieren.

- Schreibe ein Python-Programm zur Lösung der Schwingungsgleichung für  $\gamma = F(t) = 0$  mit Hilfe des expliziten Euler-Verfahrens. Verwende sinnvolle Einheiten, Startbedingungen und Schrittweite. Plote ein typisches Ergebnis für  $x(t)$ .
- Berechne zusätzlich die Gesamtenergie bei jedem Schritt und gebe diese aus.
- Plote die Abweichungen von  $x(t)$  und der Gesamtenergie zur analytischen Lösung für drei verschiedene Schrittweiten.
- Implementiere zusätzlich das Runge-Kutta-Verfahrens 2. Ordnung und das Verlet-Verfahrens und Plote jeweils  $x(t)$  für die gleichen Parameter wie in (a).
- Bestimme auch für das Runge-Kutta-Verfahren 2. Ordnung und das Verlet-Verfahren die Abweichungen von  $x(t)$  und der Gesamtenergie zur analytischen Lösung für verschiedene Schrittweiten.
- Benutze das Verlet-Verfahren um die Schwingungsgleichung jetzt mit  $\gamma > 0$  numerisch zu lösen (s. Vorlesung). Versuche den Schwingfall, den Kriechfall und den aperiodischen Grenzfall analytisch und numerisch zu finden und plote typische Kurven für  $x(t)$  und  $v(x)$  (Phasendiagramm).

*Hinweis:* Siehe <http://de.wikipedia.org/wiki/Schwingung>

- (g) Für eine periodische treibende Kraft  $F(t) = \sin(\omega_t t)$  soll die sogenannte Resonanzkurve des Systems bestimmt werden, indem man für eine feste Dämpfung  $\gamma$  die Amplitude  $x_{\max}$  nach dem Einschwingvorgang in Abhängigkeit der Frequenz  $\omega_t$  berechnet und darstellt.

*Hinweis:* Vergleiche dein Ergebnis mit <http://upload.wikimedia.org/wikipedia/commons/4/43/Resonanzueberhoehung.png>

- (h) Mit Hilfe eines 3-D Plots lässt sich die Resonanzkurve in Abhängigkeit der Dämpfungskonstanten  $\gamma$  darstellen. Schreibe ein Programm um solch einen 3-D Plot zu erzeugen.