

Quanteninformationstheorie Seminar

# Dekohärenz, Quantenmessprozess und Schrödingers Katze

Wie weit bringt uns die bisherige  
Quantentheorie?

**Sommersemester 2008**  
**Stefanie Wagner**

1.07.08



# Inhaltsverzeichnis

<b>1</b>	<b>Motivation</b>	<b>4</b>
1.1	Klassisch oder quantenmechanisch? . . . . .	4
1.2	Problem . . . . .	5
<b>2</b>	<b>Dekohärenz</b>	<b>6</b>
2.1	Streuung und Dekohärenz, am Beispiel: Ball $S^A$ . . . . .	6
2.2	Verallgemeinerung . . . . .	7
2.3	Superposition makroskopischer Quantenzustände . . . . .	8
<b>3</b>	<b>Messprozess</b>	<b>9</b>
3.1	Pre-Measurement . . . . .	9
3.1.1	Probleme . . . . .	9
3.2	Verschränkung mit Umgebung . . . . .	10
3.2.1	Probleme gelöst? . . . . .	10
3.3	Verschränkung mit Umgebung mit N Freiheitsgraden . . . . .	11
3.4	Collapse and Revival . . . . .	11
<b>4</b>	<b>Ausblick</b>	<b>13</b>
4.1	Ist das Problem der Messung gelöst? . . . . .	13
4.2	Forschungsprogramm: Wie geht man weiter vor? . . . . .	13
4.3	Many Worlds Interpretation . . . . .	14
<b>5</b>	<b>Schrödingers Katze</b>	<b>15</b>
5.1	Das Experiment . . . . .	15
5.2	Die Wiedererweckung . . . . .	16
5.3	Zutreffende Beschreibung . . . . .	16

# Kapitel 1

## Motivation

### 1.1 Klassisch oder quantenmechanisch?

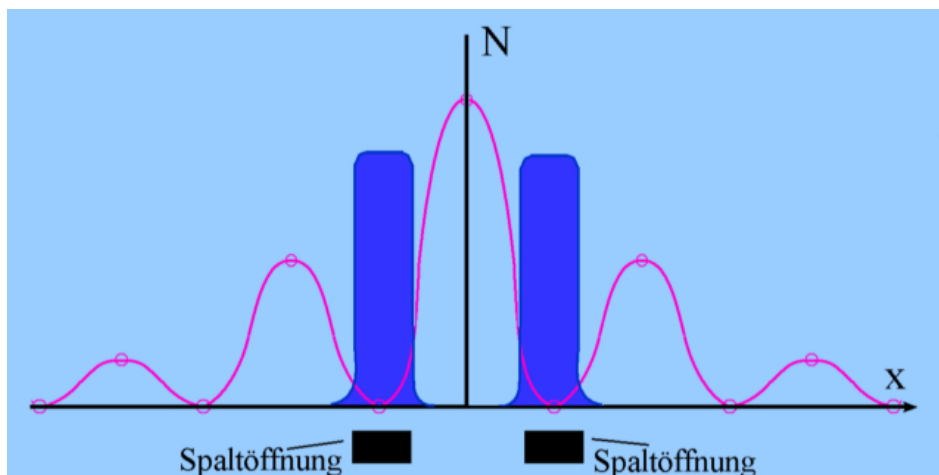


Abbildung 1.1: Durchgang durch einen Doppelspalt für klassische (blau) und quantenmechanische Objekte (rosa), Quelle: [forphys]

In Abbildung 1.1 sehen wir das Ergebnis eines Doppelspaltexperiments für makroskopische Objekte wie Tennisbälle, die man klassisch betrachtet (blau), und für Objekte wie Photonen, die quantenmechanische Eigenschaften aufweisen (rosa). Objekte wie Photonen erzeugen dabei ein Interferenzbild, während sich die Anzahl der detektierten makroskopischen Objekte in rechteckiger Form passend zur Form der Spalte ergibt. Insbesondere ergeben die Anzahlhäufigkeiten für Einzelspalte addiert genau das Bild des Doppelspalt. Dieses Ergebnis führt uns zu Fragen nach dem Übergang zwischen diesen beiden unterschiedlichen Erscheinungsbildern.

Man fragt sich: Was passiert auf dem Weg von Elektronen und Atomen über Viren und Moleküle zu immer größeren Objekten wie Tennisbällen?

Wie geht die Klassische Physik aus der Quantenmechanik hervor? Ist dies ohne zusätzliche Theorien überhaupt möglich? Oder muss sogar noch eine „Neue Physik“ für mittlere Größenordnungen gefunden werden?

## 1.2 Problem

Es tritt das Problem auf, dass klassische Objekte einfach nicht in den quantenmechanisch auftretenden Superpositionen zu beobachten sind. Einen Stuhl zum Beispiel sehen wir entweder im Raum oder vor der Tür, nicht in irgendeiner Überlagerung. Es gilt also unabänderlich: **entweder** Ort 1 **oder** Ort 2. Für die Betrachtung des Doppelspalts bedeutet dies, dass keine Interferenzen möglich sind, da die Superposition fehlt. Die notwendige Voraussetzung für Interferenz, von Licht beispielsweise, ist Kohärenz. Klassische Objekte dürfen also nicht kohärent sein, denn sonst könnten sie interferieren. Man steht also nun vor der Aufgabe die Dekohärenz von klassischen Objekten im Rahmen der Quantentheorie zu begründen.

# Kapitel 2

## Dekohärenz

### 2.1 Streuung und Dekohärenz, am Beispiel: Ball $S^A$

Am Beispiel eines Balles, der das System  $S^A$  darstellt, sei nun die Entstehung von Dekohärenz durch Wechselwirkungen mit der Umgebung erläutert. Der betrachtete Ball kann sich an zwei Orten befinden, die als Ortszustände  $|0^A\rangle$  und  $|1^A\rangle$  geschrieben werden können. Daraus ergibt sich für den Zustand des Balles:

$$|\varphi^A\rangle = c_0 |0^A\rangle + c_1 |1^A\rangle \quad (2.1)$$

Da der betrachtete Ball nicht isoliert ist, stellt er ein offenes System dar, das also ständig mit der Umgebung wechselwirkt. Diese Wechselwirkung kommt durch Photonen zustande, die unablässig am Ball gestreut werden, so dass das Auge diesen überhaupt wahrnimmt. Der Ort des Balles jedoch bleibt von der Streuung der Photonen unverändert, er ist schließlich eindeutig an einem bestimmten Ort zu sehen. Die Ortszustände  $|0^A\rangle$  und  $|1^A\rangle$  sind also sogenannte *stable states*. Betrachten wir den Streuvorgang des Photons Nummer 1: Befindet sich der Ball im Zustand  $|0^A\rangle$  bzw.  $|1^A\rangle$  so wird es in den Zustand  $|0_1^U\rangle$  bzw.  $|1_1^U\rangle$  transformiert.

Der zugehörige Dichteoperator berechnet sich nach  $\rho = \langle\varphi|\varphi\rangle$ . Man erhält also:

$$\rho^A = \begin{pmatrix} |c_0|^2 & c_0 c_1^* \langle 1_1^U | 0_1^U \rangle \\ c_0^* c_1 \langle 0_1^U | 1_1^U \rangle & |c_1|^2 \end{pmatrix} \quad (2.2)$$

Nun kommt es in einer offenen Umgebung nicht nur zu einem Streuvorgang, sondern beliebig viele Photonen treten auf und wechselwirken mit dem Ball. Die Umgebung setzt sich also aus den Unterräumen  $\mathcal{H}_i^U$  der einzelnen Photonen zusammen und erhält so die Form eines Produktraums  $\mathcal{H}^U = \mathcal{H}_1^U \otimes \mathcal{H}_2^U \otimes \dots$ . Dadurch wird der verschränkte Zustand des zusammengesetzten Systems zu:

$$|\Psi'^{AU}\rangle = c_0 |0^A\rangle |0_1^U, 0_2^U, \dots\rangle + c_1 |1^A\rangle |1_1^U, 1_2^U, \dots\rangle \quad (2.3)$$

Und analog zur Berechnung des Dichteoperators für die Streuung eines einzelnen Photons erhalten wir für den Zustand des Balls als reduzierten Dichte-

operator nun:

$$\rho'^A = \begin{pmatrix} |c_0|^2 & c_0 c_1^* \langle 1_1^U | 0_1^U \rangle \langle 1_2^U | 0_2^U \rangle \dots \\ c_0^* c_1 \langle 0_1^U | 1_1^U \rangle \langle 0_2^U | 1_2^U \rangle \dots & |c_1|^2 \end{pmatrix} \quad (2.4)$$

Die Zustände  $|0_i^U\rangle, |1_i^U\rangle$  sind sehr verschieden, wir können deutlich unterscheiden ob der Ball sich an dem einen oder dem andern Ort befindet. Die inneren Produkte  $|\langle 0_i^U | 1_i^U \rangle|$  sind daher alle deutlich kleiner als 1. Im reduzierten Dichteoperator des Ballzustandes für Streuung großer Photonenzahlen befinden sich in den Nicht-Diagonalelementen eine beliebig große Anzahl dieser inneren Produkte, so dass diese immer kleiner werden je mehr Photonen gestreut werden und schließlich verschwinden.

Damit wird der Zustand des Balls zu einem Gemisch:

$$\rho'^A \rightarrow |c_0|^2 |0^A\rangle \langle 0^A| + |c_1|^2 |1^A\rangle \langle 1^A| \quad (2.5)$$

und damit ist kein Interferenzmuster mehr möglich.

Wie wir gesehen haben entspricht der Dichteoperator formal dem eines statistischen Gemisches. Da er jedoch rein rechnerisch erhalten wurde, der Prozess, der durch diesen Dichteoperator beschrieben wird jedoch nicht durch statistisches Mischen entstand, ist die sogenannte *ignorance interpretation* allerdings nicht möglich.

Nach dem Wechselwirken mit der Umgebung, in diesem Falle der Streuung von einer sehr großen Anzahl von Photonen, ist also für den Ball die Superposition nicht mehr beobachtbar, denn sie wurde zu einer nicht-lokaliserten Superposition. Interessanter Weise erscheint uns der Ball also nun lokalisiert, weil sein Gesamtzustand nun nicht-lokalisiert geworden ist.

Da der Vorgang der Streuung auf einer unitärer Transformation basiert ist er theoretisch reversibel. Es ist *recoherence* möglich zu erhalten, in dem man die Photonen wieder so zurückreflektiert, wie sie auch aufgetroffen sind. Anhand der beliebig großen Anzahl an vor sich gehenden Streuprozesse wird jedoch leicht klar, dass dies in der Praxis nicht möglich, der Vorgang also doch irreversibel ist.

## 2.2 Verallgemeinerung

Wir haben dieser Herleitung der Dekohärenz hier nur exemplarisch für einen Ball, an dem Photonen gestreut werden, durchgeführt. Sie lässt sich aber auch genau so übertragen auf alle Systeme  $S^A$ , die mit ihrer Umgebung  $S^U$  durch eine Wechselwirkung, die bestimmte Voraussetzungen erfüllen muss, verschränken. Die Wechselwirkung muss so geschaffen sein, dass unter ihr stable states von  $S^A$  existieren, die ihrerseits mit vielen sehr verschiedenen Zuständen der Umgebung  $S^U$  verschränken.

Diese umgebungsinduzierte Dekohärenz ist stärker, je mehr Freiheitsgrade die Umgebung hat, wobei auch innere Freiheitsgrade schon ausreichen und so nicht einmal makroskopische Ausdehnung erforderlich ist, wenn es nur genügend viele Freiheitsgrade gibt. Der Zustand des betrachteten Systems  $S^A$  wird dabei zu einer Mischung aus stable states. Diese stable states sind dabei

gerade unsere klassischen Zustände, von denen jede Superposition rapide zerfällt.

### **2.3 Superposition makroskopischer Quantenzustände**

Nach der vorhergegangenen mathematischen Rechtfertigung des Nichtauftretens von Superpositionen makroskopischer Objekte, seien an dieser Stelle die in der Realität auftretenden Superpositionen makroskopischer Quantenzustände erwähnt.

In speziellen Versuchsaufbauten gelingt es durch besonders gute Isolierung des Systems doch makroskopische Superpositionen zu beobachten auch wenn diese eben extrem fragil sind. Bekannte Beispiele dafür sind die Materie-Wellen-Interferometrie mit großen Molekülen, die Bose-Einstein-Kondensation, das Quantentunneln in SQUIDs, Supraleiter und Photonen in einer Mikrowellencavity. Dies sind also Beispiele für die Verwirklichung makroskopischer Zustände als Quantenzustände. Sie lassen sich alle durch die normale Quantenmechanik erklären.



# Kapitel 3

## Messprozess

Nachdem wir festgestellt haben, dass sich die quantenmechanische Beschreibung makroskopischer Objekte unter Einbeziehung der Wechselwirkungen des betrachteten Objektes mit seiner Umgebung, also durch umgebungsinduzierte Dekohärenz, adäquat verwirklichen lassen, wenden wir dieses Erkenntnis nun auf die Beschreibung des Messprozesses an, dessen Mängel wir versuchen schrittweise zu beheben.

### 3.1 Pre-Measurement

Zur mathematische Beschreibung des Messprozesses betrachten wir ein Qubit-System  $S^A$  und das Messgerät  $S^M$ . Befindet sich das Qubit-System im Zustand  $|0^A\rangle$  bzw.  $|1^A\rangle$ , so geht das Messgerät in  $|0^M\rangle$  bzw.  $|1^M\rangle$  über. Man spricht von *Pre-Measurement* bei dem der Zustand des Systems von

$$|\phi^{AM}\rangle = |\varphi^A\rangle |i^M\rangle = (c_0 |0^A\rangle + c_1 |1^A\rangle) |i^M\rangle \quad (3.1)$$

in

$$|\phi'^{AM}\rangle = c_0 |0^A\rangle |0^M\rangle + c_1 |1^A\rangle |1^M\rangle \quad (3.2)$$

übergeht. Dieser Zerlegung, d.h. Darstellung des Zustands ist jedoch nicht eindeutig. Wenn  $c_0 = c_1 = \frac{1}{\sqrt{2}}$  gilt, kann man denselben Zustand auch als Bell-Zustand schreiben:

$$|\phi'^{AM}\rangle = |\phi_+^{AM}\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}} (|0_x^A\rangle |0_x^M\rangle + |1_x^A\rangle |1_x^M\rangle) \quad (3.3)$$

#### 3.1.1 Probleme

Bei der Beschreibung des Messzustands durch das Pre-Measurement allein ergeben sich Probleme bzw. Unstimmigkeiten mit dem zu beschreibenden Vorgang:

1. Es gibt keine Festlegung der gemessenen Observable. Durch die nicht-eindeutige Zerlegung ist nicht festgelegt, ob wirklich, wie beabsichtigt, die Observable

$$Z^A = z_0 |0^A\rangle \langle 0^A| + z_1 |1^A\rangle \langle 1^A| \quad (3.4)$$

oder aber die Observable

$$X^A = x_0 |0_x^A\rangle \langle 0_x^A| + x_1 |1_x^A\rangle \langle 1_x^A| \quad (3.5)$$

für den betrachteten Zustand  $|\phi'^{AM}\rangle$  gemessen wird.

2. Der Messprozess selbst ist irreversibel. Durch den Eingriff in das System mit dem Messgerät, wird der Zustand verändert, und zwar so, dass der ursprüngliche Zustand nicht wieder zu rekonstruieren ist. Der von mathematischer Seite her beschriebene Messprozess jedoch basiert auf einer unitären Entwicklungen wie z.B.:  $U = e^{-iHt}$  mit  $H^{AM} = g\sigma_z^A \otimes \sigma_y^M$ , die periodisch ist, so dass der Orginalzustand wiederzuerlangen ist.

## 3.2 Verschränkung mit Umgebung

Da nur das Pre-Measurement nicht ausreicht um den Messprozess zufriedenstellend zu beschreiben erweitern wir nun unsere Betrachtung und beziehen jetzt auch die Umgebung mit ein. Das betrachtete Gesamtsystem setzt sich nun zusammen aus dem System  $S^A$ , dem Messgerät  $S^M$  und der Umgebung  $S^U$ , die ebenfalls der Einfachheit wegen als Qubit angenommen wird. Dabei koppelt das Messgerät  $S^M$  mit der Umgebung  $S^U$  und nach der Dynamik des Hamiltonian  $H^{MU}$ . Das System  $S^A$  ist also nach dem Pre-Measurment unverändert im Zustand

$$|\psi(t=0)\rangle = \{c_0 |0^A\rangle |0^M\rangle + c_1 |1^A\rangle |1^M\rangle\} (\alpha |0^U\rangle + \beta |1^U\rangle) \quad (3.6)$$

Durch das Wirken des Hamiltonian  $\mathbb{1}^A \otimes H^{MU} = g\mathbb{1}^A \otimes \sigma_z^A \otimes \sigma_z^U$  kommt es zu einer zeitabhängigen Verschränkung. Das System geht dann also über in den zeitabhängigen Zustand

$$|\psi(t)\rangle = c_0 |0^A\rangle |0^M\rangle |\omega_0^U(t)\rangle + c_1 |1^A\rangle |1^M\rangle |\omega_1^U(t)\rangle \quad (3.7)$$

$$\text{wobei } |\omega_0^U(t)\rangle = \alpha e^{-igt} |0^U\rangle + \beta e^{igt} |1^U\rangle = |\omega_1^U(-t)\rangle \quad (3.8)$$

### 3.2.1 Probleme gelöst?

Löst nun die Verschränkung mit der Umgebung, einem Qubit, die nach dem Pre-Measurement noch bestehenden Probleme?

1. Da die Messdynamik weiterhin *nur* durch eine unitäre Transformation beschrieben wird sind die resultierenden Zustände weiterhin periodisch verschränkt und nicht verschränkt, d.h. die zunächst entstehende Verschränkung ist nach einer Periodendauer wieder aufgehoben. Dieses Problem besteht also weiterhin.
2. Da nun durch die Verschränkung mit der Umgebung die sogenannten abweichenden Faktoren  $|\omega_0^U\rangle$  und  $|\omega_1^U\rangle$  auftreten ist nun die Darstellung als Bell-Zustand nicht mehr möglich. Schon die Verschränkung

mit nur einem Qubit führt dazu, dass nur noch die Eigenzustände von  $\sigma_z^A$  und  $\sigma_z^M$  korreliert sind, d.h. eindeutig festgelegt ist, dass die Observable  $Z^A$  gemessen wird.

Diesbezüglich haben wir durch eine Wechselwirkung mit einer Umgebung also unser Ziel erreicht.

### 3.3 Verschränkung mit Umgebung mit N Freiheitsgraden

Als weiterer Schritt betrachten wir nun eine Umgebung mit N Freiheitsgraden. Das Gesamtsystem liegt dann im Hilbertraum  $\mathcal{H} = \mathcal{H}^A \otimes \mathcal{H}^M \otimes \mathcal{H}_{(1)}^U \otimes \dots \otimes \mathcal{H}_{(N)}^U$ . Der zeitabhängige Zustand des Systems ist dann analog zur vorangegangenen Beschreibung:

$$|\psi(t)\rangle = c_0 |0^A\rangle |0^M\rangle |\bar{\omega}_0^U(t)\rangle + c_1 |1^A\rangle |1^M\rangle |\bar{\omega}_1^U(t)\rangle \quad (3.9)$$

Lediglich die Vorfaktoren ändern sich und zwar berechnen sie sich über den Hamiltonian

$$\mathbb{1}^A \otimes H^{MU} = \sum_{k=1}^N \mathbb{1}^A \otimes H_k^{MU} = \sum_{k=1}^N g_k \mathbb{1}^A \otimes \sigma_z^M \otimes \sigma_{z(k)}^U \otimes \prod_{j \neq k} \mathbb{1}_{(j)}^U \quad (3.10)$$

zu

$$|\bar{\omega}_0^U(t)\rangle = \prod_{k=1}^N \left( \alpha_k e^{-ig_k t} |0_{(k)}^U\rangle + \beta_k e^{ig_k t} |1_{(k)}^U\rangle \right) = |\bar{\omega}_1^U(-t)\rangle \quad (3.11)$$

### 3.4 Collapse and Revival

Durch die Normierung gilt:  $\langle \bar{\omega}_0^U(t) | \bar{\omega}_0^U(t) \rangle = 1 = \langle \bar{\omega}_1^U(t) | \bar{\omega}_1^U(t) \rangle$  jedoch ist keine Orthogonalität vorauszusetzen, wir setzen also zur Abkürzung  $\langle \bar{\omega}_0^U(t) | \bar{\omega}_1^U(t) \rangle =: r(t)$ . Der reduzierte Dichteoperator des Systems  $S^{AM}$  lautet also:

$$\rho^{AM} = \text{tr}_U [ |\psi(t)\rangle \langle \psi(t)| ] \quad (3.12)$$

$$= |c_0|^2 |0^A\rangle \langle 0^A| \otimes |0^M\rangle \langle 0^M| \quad (3.13)$$

$$+ |c_1|^2 |1^A\rangle \langle 1^A| \otimes |1^M\rangle \langle 1^M| \quad (3.14)$$

$$+ r(t) c_0 c_1^* |0^A\rangle \langle 1^A| \otimes |0^M\rangle \langle 1^M| \quad (3.15)$$

$$+ r^*(t) c_0^* c_1 |1^A\rangle \langle 0^A| \otimes |1^M\rangle \langle 0^M| \quad (3.16)$$

Die nichtdiagonal Elemente der reduzierten Dichtematrix, die zur zutreffenden Beschreibung verschwinden sollten, sind vor allem von  $r(t)$  abhängig. Aus der Definition von  $r(t)$  folgt:

$$r(t) = \prod_{k=1}^N \left\{ \cos 2g_k t + i \left( |\alpha_k|^2 - |\beta_k|^2 \right) \sin 2g_k t \right\} \quad (3.17)$$

$r(t)$  setzt sich also aus periodischen Funktionen mit vielen verschiedenen Frequenzen zusammen. Solche Funktionen, die dem sogenannten **Collapse and Revival** folgen, sind auch aus anderen Gebieten der Physik wie z.B.

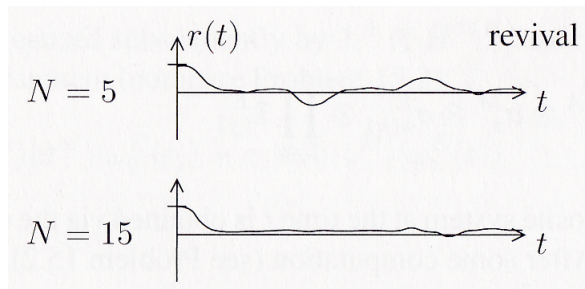


Abbildung 3.1: Colapse and Revival von  $r(t)$  für verschiedene Werte von  $N$ , Quelle: [EntSys]

der statistischen Mechanik bekannt und werden dort unter Ausnutzung der Verschiebung des Revivals - in unserem Fall der *recoherence*- mit wachsendem  $N$  zu immer späteren Zeiten verwendet. Die Funktion  $r(t)$  kollabiert also gegen Null und schafft für genügend große  $N$  auch erst in weit entfernter Zeit eine *Wiederauferstehung*. Abbildung 3.1 zeigt dies beispielhaft für zwei Werte von  $N$ .

Man kann also sehen, dass der Zustand des Systems  $S^{AM}$  in das Gemisch  $\rho^{AM}$  übergeht. Damit können die Markierungszustände ( $|0^M\rangle, |1^M\rangle$ ) nicht mehr interferieren. Diese können nun als klassische Zustände, sogenannte *Pointer States*, betrachten.

# Kapitel 4

## Ausblick

### 4.1 Ist das Problem der Messung gelöst?

Soweit ist man mit der mathematischen Beschreibung des Messprozesses gekommen. Aber sind nun alle Probleme gelöst? Haben wir es geschafft den Messvorgang durch Dynamiken korrekt zu beschreiben?

Die elementarste Erkenntnis eines Experimentators ist die, dass seine Messung zu **einem** Messergebnis führt, selbst wenn er keine Voraussage darüber machen kann, welches Ergebnis eintreten wird, oder gar danach erklären kann warum. Unser mathematisches Gerüst jedoch, vermittelt uns dies nicht. Es ist formell nicht klar, warum genau ein Ergebnis auftreten sollte. Auch die umgebungsinduzierte Verschränkung, klärt nicht, warum bei jeder individuellen Messung immer nur eins von den möglichen Ereignissen eintritt.

Die Dekohärenz ist notwendig um die Vorgänge richtig zu beschreiben, reicht aber nicht aus. Ein großes Problem dabei ist die Tatsache, dass wir nur selektive Messungen durchführen bzw. beschreiben. Wenn wir den Dichteoperator, den wir erhalten, als statistisches Gemisch und damit als Ergebnis einer nicht-selektiven Messung interpretiert, dann haben wir bereits angenommen, dass immer nur ein Ergebnis auftritt. Wir versuchen also bei der Beschreibung des Messprozesses ohne die Bornschen Regeln auskommen, brauchen sie dann aber zur Interpretation unseres Ergebnisses doch wieder.

Allein dynamisch ist der Messprozess also nicht erklärbar.

### 4.2 Forschungsprogramm: Wie geht man weiter vor?

Man steht also nun vor dem Problem, dass man mit der bisherigen Theorie an dieser Stelle nicht weiter kommt. Es stellt sich also die Frage, wie man weiter vorgehen könnte.

Eine Möglichkeit wäre es, die Quantentheorie zu ändern, in dem man sie z.B. um dynamische Postulate erweitert.

Eine andere Idee wäre, das mathematische Grundgerüst beizubehalten und eine andere Interpretation dazu zu finden.

### 4.3 Many Worlds Interpretation

Die *Many Worlds Interpretation* ist ein recht extremes Beispiel für die zweite Möglichkeit. Im Kern postuliert sie, dass tatsächliche **alle** möglichen experimentellen Ausgänge verwirklicht werden, es dabei aber zur Aufspaltung der Welt in viele Welten kommt, so dass jede Welt für sich nur ein Messergebnis wahrnimmt. Durch jede weitere Messung kommt es dann also zu einer weiteren Aufspaltung.

Diese Interpretation führt dahingehend in eine Sackgasse, als dass man sie nicht überprüfen oder widerlegen kann. Es ist eine Behauptung mit der man wissenschaftlich betrachtet nichts anfangen kann.

## Kapitel 5

# Schrödingers Katze

### 5.1 Das Experiment

Anhand des berühmt-berüchtigten Paradoxon von Schrödingers Katze rekapitulieren wir noch einmal die gewonnenen Kenntnisse und versuchen sie auf dieses konkrete Beispiel anzuwenden. Das Experiment an sich, das auf Abbildung 5.1 schematisch dargestellt ist, ist ein recht einfaches. In eine blickdichten Box platziert man eine Katze und einen radioaktiv zerfallenden Stoff, von dem bekannt ist, dass innerhalb einer Stunde die Wahrscheinlichkeit für den Zerfall gleich  $1/2$  ist. Der Zerfall löst im Inneren der Box einen Mechanismus aus, der eine Phiole mit Zyankali zerbricht, wodurch die Katze stirbt. Soweit gibt es keine Tricks, keine Mysterien. Für einen Experimentator stellt es sich auch recht einfach dar: Er setzt mehrere Katzen für jeweils eine Stunde in eine solche Box mit dem Ergebnis, dass die Hälfte der Katzen tot ist, die andere Hälfte lebt, wenn er nach einer Stunde die Kiste öffnet und nachsieht. Weiterhin treten keine Probleme oder Unstimmigkeiten auf. Nun jedoch möchte man das Experiment bzw. die Katze quantenmechanisch beschreiben. Dadurch gibt man den Zustand der Katze quantenmechanisch an:  $|\text{tot}\rangle$  oder  $|\text{lebendig}\rangle$ . Bevor man die Box aufmacht ist der Zustand der

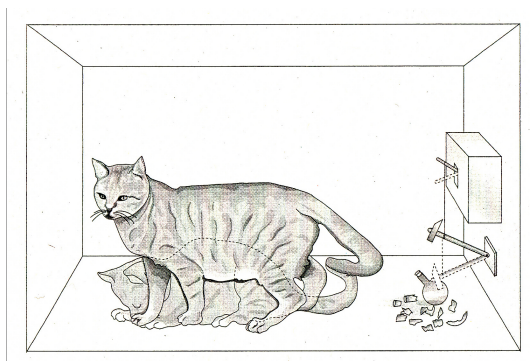


Abbildung 5.1: Schrödingers Katze in ihrer Box, Quelle: [Kief]

Katze formell nun also in einer Superposition der beiden Möglichkeiten:

$$|\psi\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}} \left( |\text{lebendig}\rangle |\text{nicht zerfallen}\rangle + e^{i\phi} |\text{tot}\rangle |\text{zerfallen}\rangle \right) \quad (5.1)$$

Dies erscheint zwar ungewöhnlich, da es nicht üblich ist im Zusammenhang mit Katzen von Superpositionen zu sprechen, beschreibt das Experiment aber durchaus richtig.

Nun wissen wir jedoch, dass Superpositionen zu Interferenz führen können. Prinzipiell besteht zwar die Möglichkeit, dass es neben tot und lebendig einen weiteren Ausgang gibt, jedoch wurde ein solcher weder für Bälle noch für Katzen jemals beobachtet.

## 5.2 Die Wiedererweckung

Und ein weiteres Problem tritt auf. Geht man davon aus, dass der Zustand  $|\varphi\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}} (|\text{lebendig}\rangle + |\text{tot}\rangle)$  möglich ist, und führt den Versuch mit einem Ensemble aus toten Katzen durch, so muss ebenfalls eine Projektionsmessung mit der Observablen  $|\varphi\rangle\langle\varphi| - |\varphi_{\perp}\rangle\langle\varphi_{\perp}|$  mit  $|\varphi_{\perp}\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}} (|\text{lebendig}\rangle - |\text{tot}\rangle)$  möglich sein. Schließt man daran nun eine Messung von  $|\text{lebendig}\rangle\langle\text{lebendig}| - |\text{tot}\rangle\langle\text{tot}|$  an, so werden dabei 50% der Katzen in den Zustand  $|\text{lebendig}\rangle$  transformiert. Was ebenfalls in der Realität nicht beobachtbar ist.

## 5.3 Zutreffende Beschreibung

Wie beschreibt man aber nun Schrödingers Katze quantenmechanisch korrekt?? Analog zu den vorangegangenen Erläuterungen zur Dekohärenz kann man die Zustände der Katze als die stable states ansehen, bei denen durch die Wechselwirkung mit der Umgebung jede Superposition zerfällt. Die Katze ist also einfach als klassischer Zeiger des Messgeräts Box anzunehmen. Andererseits zeigt dies dann wieder, dass auf diese Weise das Problem der Beschreibung des Messprozesses nicht gelöst ist: Denn das Messgerät wird einfach als **Black Box** betrachtet, in dem irgendetwas Unbekanntes geschieht.



# Literaturverzeichnis

[EntSys] Audretsch, Jürgen: *Entangled Systems*, Wiley-VCH; Weinheim 2007

[forphys] <http://www.forphys.de/Website/qm/text/text3.html>, Stand 29.06.2008

[Kief] Kiefer, Claus: *Quantentheorie*, 3.Auflage Fischer; Frankfurt 2004