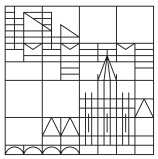
**Physik I – Integrierter Kurs**
Prof. G. Burkard, Prof. L. Schmidt-Mende, Dr. Cs. Péterfalvi

Universität Konstanz



**Übungsblatt Nr. 12, WS 16/17**
**Abgabe am 30.01.2017 in der Vorlesung**
**Besprechung am 01.02.2017 in der Übung**

## Aufgabe 1 (schriftlich): Kugelsymmetrisches Zentralfeld

Gegeben sei das Kraftfeld: $\vec{F}(x,y,z) = (x^2+y^2+z^2-1)\begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix}$

a) Zeigen Sie, das $\vec{F}(x,y,z)$ ein kugelsymmetrisches Zentralfeld ist und fertigen Sie jeweils eine Skizze des Feldes in der $x$-$z$ Ebene und in der $x$-$y$ Ebene an.

b) Berechnen Sie die Rotation des Kraftfelds.

c) Berechnen Sie die Divergenz des Kraftfelds.

*(5 Punkte)*

## Aufgabe 2 (schriftlich): Stabilität von Kreisbahnen

Ein Massenpunkt bewegt sich im Zentralkraftfeld

$$\vec{F} = -\frac{k}{r^n}\vec{e}_r \text{ mit } k > 0\,.$$

Geben Sie die Potenzen $n$ an, für die es stabile Kreisbahnen gibt, d.h. für die das effektive Potential ein Minimum aufweist!

*(5 Punkte)*

## Aufgabe 3 (mündlich): Drehimpuls

Gegeben sei eine Kreisbahn $\vec{r}(t)$ um den Ursprung mit einer Drehachse in $\vec{e}_z$-Richtung und Radius $r = |\vec{r}(t)|$. Der Drehimpuls ist definiert durch $\vec{L} = \vec{r} \times \vec{p}$, wobei $\vec{p} = m\dot{\vec{r}}$.

a) Welche Richtung hat $\vec{L}$?

b) Drücken Sie $L = |\vec{L}|$ in Polarkoordinaten durch $r$, $\dot{\varphi}$ und $m$ aus.

Aufgabe 4 (mündlich): Planetenbahnen

Die Planetenbahnen können in der Form

$$\frac{1}{r(\varphi)} = \frac{1 + \varepsilon \cos(\varphi)}{K}$$

ausgedrückt werden, wobei $\varepsilon \geq 0$ die Exzentrizität und $K$ eine positive Konstante ist.

a) Betrachten Sie die Fälle mit $\varepsilon = 0$, $0 < \varepsilon < 1$, $\varepsilon = 1$ und $1 < \varepsilon$ und fertigen Sie jeweils eine Skizze für die Planetenbahn an.

b) Berechnen Sie $r$ für das Perihel (den "sonnennächsten" Punkt) und für das Aphel (den "sonnenfernsten" Punkt).

c) Geben Sie im Fall der Ellipse die kleine und die große Halbachse explizit an.