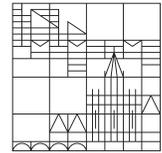


# Physik I – Integrierter Kurs

Prof. G. Burkard, Prof. L. Schmidt-Mende, Dr. Cs. Péterfalvi

Universität  
Konstanz



## Übungsblatt Nr. 10, WS 16/17

Abgabe am 16.01.2017 in der Vorlesung

Besprechung am 18.01.2017 in der Übung

### Aufgabe 1 (schriftlich): Zweidimensionaler harmonischer Oszillator

Gegeben sei der zweidimensionale harmonische Oszillator  $m\ddot{\vec{r}} + k\vec{r} = 0$  mit  $\vec{r} = (x, y)$ .

- Diskutieren Sie den zweidimensionalen harmonischen Oszillator. Betrachten Sie das System komponentenweise, und lösen Sie die Bewegungsgleichungen mit Anfangsbedingungen bestimmt durch  $x_0$ ,  $y_0$ ,  $v_{x0}$  und  $v_{y0}$ .
- Zeigen Sie, dass die Lösung die Form einer Ellipse hat. Benutzen Sie die Anfangsbedingungen  $\vec{v}_0 = (0, v_{y0})$  und  $\vec{r}_0 = (x_0, 0)$ , und berechnen Sie die große und die kleine Halbachse ( $a$  und  $b$ ) der Ellipse.
- Zeigen Sie, dass durch geschicktes Wählen von  $\vec{v}_0$  und  $\vec{r}_0$  aus der Ellipsenbahn eine Kreisbahn wird.

(5 Punkte)

*Hinweis: Die Normalform der Ellipsengleichung lautet  $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$ , wobei  $a$  und  $b$  die große und kleine Halbachse sind.*

### Aufgabe 2 (schriftlich): Resonanzkurve

Die Amplitude  $|A|$  einer gedämpften harmonischen Schwingung mit periodisch anregender äußerer Kraft berechnet sich zu (siehe Vorlesung)

$$|A| = \frac{F}{m} \frac{1}{\sqrt{(\bar{\omega}^2 - \omega_0^2)^2 + 4\beta^2\bar{\omega}^2}},$$

wobei  $F$  die Amplitude und  $\bar{\omega}$  die Frequenz der anregenden Oszillation,  $m$  die Masse, sowie  $\beta$  die Dämpfung des angeregten Oszillators mit der Eigenfrequenz  $\omega_0$  ist. Die Phasenverschiebung  $\varphi$  zwischen der treibenden Kraft und dem Oszillator ist gegeben durch die Beziehung (siehe Vorlesung)

$$\tan \varphi = 2\beta \frac{\bar{\omega}}{\bar{\omega}^2 - \omega_0^2}.$$

- Betrachten Sie die Amplitude  $|A|$  als Funktion der anregenden Frequenz  $\bar{\omega}$ . Berechnen Sie die maximale Amplitude. Wie hängt die maximale Amplitude von der Dämpfung  $\beta$  ab? Diskutieren Sie die Amplitude  $|A|$  für die Fälle verschwindender Dämpfung ( $\beta \rightarrow 0$ ), sowie  $\bar{\omega} \rightarrow 0$  und  $\bar{\omega} \rightarrow \infty$ . Skizzieren Sie  $|A|$  als Funktion von  $\bar{\omega}$ .

- b) Betrachten Sie die Phasenverschiebung  $\varphi$  als Funktion der anregenden Frequenz  $\bar{\omega}$ . Diskutieren Sie ebenfalls die Grenzfälle  $\bar{\omega} \rightarrow 0$  und  $\bar{\omega} \rightarrow \infty$ . Bei welcher Kreisfrequenz  $\bar{\omega}$  ist die Phasenverschiebung  $\varphi = -\pi/2$ ? Skizzieren Sie  $\varphi$  als Funktion von  $\bar{\omega}$ . (5 Punkte)

Aufgabe 3 (mündlich): Lösungen des harmonischen Oszillators

Der harmonische Oszillator ohne Dämpfung wird beschrieben durch die Gleichung:  $\ddot{x} + \omega^2 x = 0$ . Gegeben sind die Lösungen  $x(t) = A \sin(\omega t + \varphi)$  und  $\tilde{x}(t) = \tilde{A} \sin(\omega t) + \tilde{B} \cos(\omega t)$ .

- a) Zeigen Sie, dass  $x(t)$  die allgemeine Lösung für den harmonischen Oszillator ist.
- b) Zeigen Sie, dass die zwei Lösungen äquivalent sind, dh.  $\tilde{x}(t) = x(t)$  mit geeigneten  $\tilde{A}$  und  $\tilde{B}$ .