# Physik I – Integrierter Kurs

Prof. G. Burkard, Prof. T. Dekorsy, Dr. Cs. Péterfalvi

Universität Konstanz

**Übungsblatt Nr. 9, WS 15/16**
**Abgabe am 18.01.2016 in der Vorlesung**
**Besprechung am 20.01.2016 in der Übung**

## Aufgabe 1 (schriftlich): Zweidimensionaler harmonischer Oszillator

Gegeben sei der zweidimensionale harmonische Oszillator $m\ddot{\vec{r}}+k\vec{r}=0$ mit $\vec{r}=(x,y)$.

a) Diskutieren Sie den zweidimensionalen harmonischen Oszillator. Betrachten Sie das System komponentenweise, und lösen Sie die Bewegungsgleichungen mit Anfangsbedingungen bestimmt durch $x_0,\ y_0,\ v_{x0}$ und $v_{y0}$.

b) Zeigen Sie, dass die Lösung die Form einer Ellipse hat. Benutzen Sie die Anfangsbedingungen $\vec{v}_0=(0,v_{y0})$ und $\vec{r}_0=(x_0,0)$, und berechnen Sie die große und die kleine Halbachse ($a$ und $b$) der Ellipse.

c) Zeigen Sie, dass durch geschicktes Wählen von $\vec{v}_0$ und $\vec{r}_0$ aus der Ellipsenbahn eine Kreisbahn wird.

*(5 Punkte)*

*Hinweis: Die Normalform der Ellipsengleichung lautet $\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1$, wobei $a$ und $b$ die große und kleine Halbachse sind.*

## Aufgabe 2 (schriftlich): Resonanzkurve

Die Amplitude $|A|$ einer gedämpften harmonischen Schwingung mit periodisch anregender äußerer Kraft berechnet sich zu (siehe Vorlesung)

$$|A|=\frac{F}{m}\frac{1}{\sqrt{(\bar{\omega}^2-\omega_0^2)^2+4\beta^2\bar{\omega}^2}},$$

wobei $F$ die Amplitude und $\bar{\omega}$ die Frequenz der anregenden Oszillation, $m$ die Masse, sowie $\beta$ die Dämpfung des angeregten Oszillators mit der Eigenfrequenz $\omega_0$ ist. Die Phasenverschiebung $\varphi$ zwischen der treibenden Kraft und dem Oszillator ist gegeben durch die Beziehung (siehe Vorlesung)

$$\tan\varphi=2\beta\frac{\bar{\omega}}{\bar{\omega}^2-\omega_0^2}.$$

a) Betrachten Sie die Amplitude $|A|$ als Funktion der anregenden Frequenz $\bar{\omega}$. Berechnen Sie die maximale Amplitude. Wie hängt die maximale Amplitude von der Dämpfung $\beta$ ab? Diskutieren Sie die Amplitude $|A|$ für die Fälle verschwindender Dämpfung ($\beta\to 0$), sowie $\bar{\omega}\to 0$ und $\bar{\omega}\to\infty$. Skizzieren Sie $|A|$ als Funktion von $\bar{\omega}$.

b) Betrachten Sie die Phasenverschiebung $\varphi$ als Funktion der anregenden Frequenz $\bar{\omega}$. Diskutieren Sie ebenfalls die Grenzfälle $\bar{\omega} \to 0$ und $\bar{\omega} \to \infty$. Bei welcher Kreisfrequenz $\bar{\omega}$ ist die Phasenverschiebung $\varphi = \pi/2$? Skizzieren Sie $\varphi$ als Funktion von $\bar{\omega}$. *(5 Punkte)*

## Aufgabe 3 (mündlich): Lösungen des harmonischen Oszillators

Der harmonische Oszillator ohne Dämpfung wird beschrieben durch die Gleichung: $\ddot{x} + \omega^2 x = 0$. Gegeben sind die Lösungen $x(t) = A\sin(\omega t + \varphi)$ und $\tilde{x}(t) = \tilde{A}\sin(\omega t) + \tilde{B}\cos(\omega t)$.

a) Zeigen Sie, dass $x(t)$ die allgemeine Lösung für den harmonischen Oszillator ist.

b) Zeigen Sie, dass die zwei Lösungen äquivalent sind, dh. $\tilde{x}(t) = x(t)$ mit geeigneten $\tilde{A}$ und $\tilde{B}$.