Universität
Konstanz

Integrierter Kurs Physik IV
Exp.-Teil – Atomphysik
SoSe 19

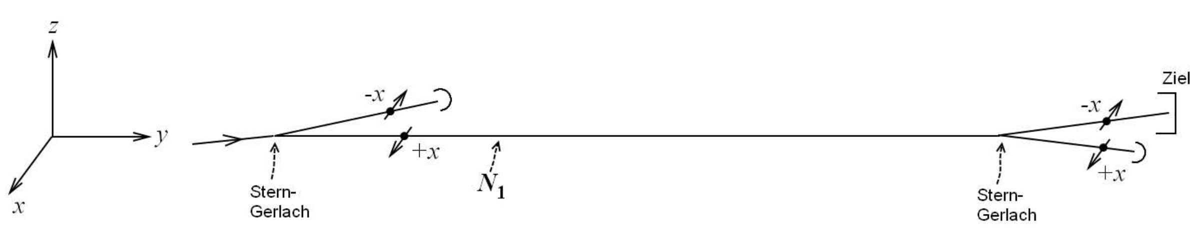
Prof. E. Weig, Anh-Tuan Le, Felix Rochau

Übungsblatt 13

Ausgabe: 08.07.2019, Abgabe: 15.07.2019

Aufgabe 36: Serie von Stern-Gerlach Aufbauten **(1 Häkchen)**

Ein Stern-Gerlach-Aufbau (SG) werde verwendet, um einen Strahl von Teilchen mit Spin $S = 1/2$ zu filtern. Der SG ist so orientiert, dass er die Teilchen nach der x-Komponente ihres magnetischen Moments, μ_x, aufspaltet. Behalten werden nur Teilchen mit magnetischem Moment in positiver x-Richtung (Zustand $|x+\rangle$). Dies seien N_1 pro Sekunde. Wie in der Skizze erkennbar, landet dieser Strahl in einem zweiten SG, der dazu verwendet wird, nur Teilchen mit magnetischem Moment in negativer x-Richtung (Zustand $|x-\rangle$) durchzulassen. Die SG sind viel kleiner als die Anordnung insgesamt. Außerhalb von ihnen sei $\vec{B} = 0$.



a) Wieviele Teilchen gelangen zum Ziel?

b) Sie dürfen nun einen dritten Stern-Gerlach-Filter verwenden, um zu erreichen, dass *maximal* viele Teilchen das Ziel erreichen. Platzieren Sie ihn in der Skizze, und zeichnen Sie ein, welche Richtung das magnetische Moment der Teilchen hat, sowohl im verworfenen als auch im behaltenen Strahl.
Hinweise: Auch Sie müssen keine Details Ihres SG zeichnen. Nehmen Sie die lange Gerade als behaltenen Strahl, auch wenn dieser ja durch Ihren SG gekrümmt wird – das dürfen Sie ignorieren. Denken Sie darüber nach, wie der SG orientiert sein muss, d.h. nach welcher Komponente des magnetischen Moments er aufspalten soll.

c) Wieviele Teilchen gelangen nun zum Ziel (als Funktion von N_1)?

d) Schreiben Sie den Zustand der Teilchen hin nach Ihrem Filter, als Funktion von $|x+\rangle$ und $|x-\rangle$ (die absolute Phase ist nicht wichtig).

e) Nennen Sie ein Atom oder Teilchen, mit dem dieses Experiment funktioniert.

f) Skizzieren Sie einen vergleichbaren Aufbau von drei linearen Polarisatoren für sichtbares Licht.

Aufgabe 37: Lamb-Shift **(1 Häkchen)**

In den Jahren 1947-1952 konnten Lamb und Retherford zeigen, dass auch die relativistische Dirac-Theorie den Wasserstoff noch nicht vollständig beschreibt. Sie beobachteten eine kleine Energiedifferenz zwischen den Termen $2^2S_{1/2}$ und $2^2P_{1/2}$ (Nobelpreis 1955).

a) Erklären Sie qualitativ den Lamb-Shift-Effekt und seine Ursachen. Für welche Zustände ist er am deutlichsten? Skizzieren Sie das Termschema für die Zustände n = 1; 2 des Wasserstoffs unter der Berücksichtigung relativistischer Effekte, Spin-Bahn-Kopplung und der Lamb-Verschiebung. (Es liegt kein äußeres Magnetfeld an und die Hyperfeinstruktur sei zu vernachlässigen.)

b) Berechnen Sie die Übergangsserien $2^2P_{3/2} \to 1^2S_{1/2}$, $2^2P_{1/2} \to 1^2S_{1/2}$ und $2^2S_{1/2} \to 1^2S_{1/2}$ für Wasserstoff unter Berücksichtigung der Feinstruktur und des Lamb-Shifts.

c) Vergleichen Sie die Größenordnung des berechneten Lamb-Shifts mit der in Aufgabe 25 berechneten Dopplerverbreiterung. Überlegen Sie sich, warum die kleine Energieverschiebung des Lamb-Shifts mit den Mitteln der optischen Spektroskopie damals nicht beobachtbar war.

Aufgabe 38: Wasserstoffatom im elektrischen Feld (Linearer Stark-Effekt)

(schriftlich abzugeben) **(10 Punkte)**

Betrachten Sie ein Elektron im Coulombpotential $V(r)$ eines Protons mit dem Hamiltonoperator $H_0 = \frac{\mathbf{p}^2}{2m} + V(r)$. Der Einfachheit halber betrachten wir nur Wellenfunktionen zur Hauptquantenzahl $n = 2$.

a) Für welche der Operatoren $[\hat{H},\ \hat{p}_i,\ \hat{L}^2$ und $\hat{L}_z]$ können gemeinsame Eigenzustände gefunden werden? Wie viele Eigenzustände gehören zu den Wellenfunktionen d.h. welche Entartungen liegen vor?

b) Charakterisieren Sie die Zustände nach ihren Eigenschaften unter Spiegelung $\mathbf{r} \to \mathbf{r}' = -\mathbf{r}$, welche in Kugelkoordinaten lautet $(r, \vartheta, \varphi) \to (r' = r, \vartheta' = \pi - \vartheta, \varphi' = \pi + \varphi)$.

c) Auf das System wirke nun ein konstantes elektrisches Feld der Stärke $\approx 10^{-4} - 10^{-5}$ V/cm in **z**-Richtung. Zeigen Sie, dass dieses Feld gegenüber dem inneratomaren Feld als kleine Störung betrachtet werden kann. Die resultierend potentielle Energie ist gegeben durch $V = -e\vec{r} \cdot \vec{E}$. Geben Sie den Hamilton Operator in der stationären Störungstheorie erster Ordnung an.

d) Berechnen Sie die Matrixelemente $V_{\Psi_{2\ell m},\Psi_{2\ell' m'}}$ im Basis der zugehörigen Eigenfunktionen des ungestörten Systems.
Hinweis: Überlegen Sie sich welche Matrixelemente aus Symmetriegründen verschwinden.

e) Berechnen Sie die Eigenwerte des gestörten Systems und die zugehörigen Wellenfunktionen.

f) Skizzieren Sie die Aufspaltung des Niveaus und überlegen Sie sich (ohne Rechnung) wie die Energieaufspaltung mit der Richtung des elektrischen Dipolmoments zusammenhängt.