



Integrierter Kurs Physik IV
Exp.-Teil – Atomphysik
SoSe 19

Prof. E. Weig, Anh-Tuan Le, Felix Rochau

Übungsblatt 8

Ausgabe: 03.06.2019, Abgabe: 10.06.2019

Aufgabe 22: Dipolmatrixelemente (schriftlich) (7 Punkte)

Die einfachsten Wasserstoffwellenfunktionen $\Psi_{n,l,m}(r, \vartheta, \varphi)$ lauten:

$$\Psi_{1,0,0} = \frac{1}{\sqrt{\pi}a^{3/2}}e^{-r/a}, \quad \Psi_{2,0,0} = \frac{1}{4\sqrt{2\pi}a^{3/2}}\left(2 - \frac{r}{a}\right)e^{-r/(2a)} \quad \text{und} \quad \Psi_{2,1,0} = \frac{1}{4\sqrt{2\pi}a^{3/2}}\frac{r}{a}e^{-r/(2a)}\cos\vartheta.$$

a ist der Bohrsche Radius.

a) Berechnen Sie das Dipolmatrixelement

$$\vec{D} = \int d^3\vec{r} \Psi_A^* e\vec{r} \Psi_B = \int_0^\infty r^2 dr \int_0^{2\pi} d\varphi \int_0^\pi \sin\vartheta d\vartheta \Psi_A^*(r, \vartheta, \varphi) e \begin{pmatrix} r \sin\vartheta \cos\varphi \\ r \sin\vartheta \sin\varphi \\ r \cos\vartheta \end{pmatrix} \Psi_B(r, \vartheta, \varphi)$$

für die Fälle:

i) $\Psi_A = \Psi_{1,0,0}$ und $\Psi_B = \Psi_{1,0,0}$,

ii) $\Psi_A = \Psi_{1,0,0}$ und $\Psi_B = \Psi_{2,0,0}$,

iii) $\Psi_A = \Psi_{1,0,0}$ und $\Psi_B = \Psi_{2,1,0}$.

(Das e in der \vec{D} -Formel bedeutet die Elementarladung.)

b) Nehmen Sie die Ergebnisse von a) als Bestätigung dafür, dass Dipolübergänge zwischen Niveaus beliebiger (hier verschiedener) n erlaubt sind, aber die l sich genau um eins unterscheiden müssen, wobei es egal ist, ob das Ausgangs- oder das Endniveau das höhere l hat. In unserem Wasserstoffmodell (bis jetzt ohne relativistische Korrektur und Spin) gibt es zu jedem n (angefangen mit 1) n entartete Zustände mit $l = 0, \dots, n - 1$. Eine Aufspaltung bzw. Entartung bezüglich m betrachten wir in dieser Teilaufgabe nicht, d.h. Wir haben in a) nur Ψ mit $m = 0$ genommen; also folgern wir, dass es erlaubte Dipolübergänge gibt, wenn Δm und m Null ist, aber andere Fälle haben wir noch nicht gepüft. Tragen Sie in dem Schema, dass Zustände bis $n = 4$ zeigt, alle erlaubten Dipolübergänge durch Verbinden der entsprechenden Balken ein, wobei Sie repräsentativ nur Zustände mit $m = 0$ betrachten.)

	-3	-2	-1	0	1	2	3	l
4	—	—	—	—	—	—	—	
3		—	—	—	—	—		
2			—	—	—			
1				—				
n								

Aufgabe 23: Normaler Zeeman-Effekt I (1 Häkchen)

Platziert man ein hypothetisches Wasserstoffatom (ohne Elektronenspin) in einem zeitunabhängigen Magnetfeld, dann spalten die Schrödinger-Energieniveaus $n\ell$ in Gruppen von je $2\ell + 1$ Unterniveaus auf, da durch das Magnetfeld die Energieentartung nach m aufgehoben wird. Dabei ist der Energieshift proportional zu m , mit demselben Proportionalitätsfaktor für unterschiedliche $n\ell$.

- Skizzieren Sie die Aufspaltung eines s , eines p und eines d Niveaus.
- Wie viele unterschiedliche Linien sind beim Übergang von einem p -Niveau in ein s -Niveau zu beobachten, wenn man die Auswahlregel $\Delta m = 0, \pm 1$ berücksichtigt? Wie viele beim Übergang von deinem d -Niveau in ein p -Niveau? Wie viele bei einem beliebigen Übergang?
- Berechnen Sie die Energiedifferenz zwischen zwei benachbarten m -Werten des p -Niveaus für $B = 1\text{T}$. Welcher Wert erhalten Sie in diesem Fall für die Larmorfrequenz ω_L ?

Aufgabe 24: Normaler Zeeman-Effekt II (1 Häkchen)

Betrachten Sie einen d -Zustand mit Drehimpulsquantenzahl $\ell = 2$ und einen f -Zustand mit $\ell = 3$ (kein Spin) in einem Magnetfeld $B = 1\text{T}$ entlang der z -Achse.

- Zeichnen und berechnen Sie jeweils die möglichen Orientierungswinkel α von \vec{L} bezüglich der z -Achse. Ermitteln Sie auch die zugehörigen Präzessionsfrequenzen $\omega_L = \frac{|\vec{M}|}{|\vec{L}| \sin \alpha}$, wobei das Drehmoment \vec{M} dadurch gegeben ist, dass \vec{B} am magnetischen Moment $\vec{\mu} = -\mu_B \vec{L}/\hbar$ angreift (vgl. Vorlesung).
- Wie groß ist für $\ell = 2$ und $\ell = 3$ der Energieunterschied benachbarter Niveaus aus der Aufspaltung im Magnetfeld, also solcher, die sich um $\Delta m = 1$ unterscheiden? Skizzieren Sie die optisch erlaubten Übergänge von d nach f ; $\Delta m = 0, \pm 1$. Wie viele verschiedene Lichtwellenlängen benötigt man, um alle diese Übergänge anzuregen?