



Integrierter Kurs Physik IV
Exp.-Teil – Atomphysik
SoSe 19

Prof. E. Weig, Anh-Tuan Le, Felix Rochau

Übungsblatt 6

Ausgabe: 20.05.2019, Abgabe: 27.05.2019

Aufgabe 16: Rutherford'sches Atommodell (1 Häkchen)

Aufgrund seines Streuexperimentes führte Rutherford in seinem Atommodell den positiv geladenen Atomkern ein, der als kleine Kugel im Atomzentrum fast die gesamte Atommasse vereinigt. Elektronen bewegen sich auf Kreisbahnen mit festem Radius R um den Atomkern. Im Folgenden nehmen wir an $R = 0.53 \cdot 10^{-10}$ m.

- Berechnen Sie die Umlaufzeit T des Elektrons.
- Welche Energie (Summe aus E_{kin} u. E_{pot}) hat das Elektron [eV]?
- Berechnen Sie die Energie, die das Elektron pro Zeit abstrahlen müsste.
- Schätzen Sie die "Lebensdauer" dieses Atoms ab.
- Erläutern Sie kurz, welche Widersprüche sich aus diesem Atommodell ergeben und wie sie aufgelöst werden.

Aufgabe 17: Bohrsches Atommodell (schriftlich abzugeben) (10 Punkte)

Auch im Bohrschen Atommodell bewegt sich das Elektron auf einer Kreisbahn um den Kern. Allerdings werden hier diskrete stabile Kreisbahnen angenommen. Diese sind dadurch festgelegt, dass ihr Umfang ein Vielfaches der de Broglie-Wellenlänge des Elektrons sein muss.

- In einem Traum habe Niels Bohr beschlossen, der Drehimpuls $L = rp$ des Elektrons sei quantisiert mit $L = n\hbar$. Zeigen Sie, dass dies äquivalent ist mit seiner publizierten Annahme, der Umfang der Kreisbahn müsse ein n -Faches der de Broglie-Wellenlänge sein.
- Für eine stabile Kreisbahn muss die Zentripetalkraft der Coulomb-Kraft gleichen; schreiben Sie die entsprechende Gleichung für einen Atomkern mit Ladungszahl Z auf.

- c) Wählen Sie Ihren Favoriten aus den beiden Varianten der Quantisierung aus a). Bestimmen Sie daraus, und aus b), die quantisierten Bahnradien r_n und Geschwindigkeiten v_n des Elektrons.
- d) Leiten Sie die quantisierte kinetische Energie des Elektrons, $E_{\text{kin},n}$, her und zudem die quantisierte Gesamtenergie E_n . Ist E_n positiv oder negativ? Warum?
- e) Das Bohrsche Atommodell kann das Auftreten von Spektrallinien erklären, indem angenommen wird, dass Elektronen unter Absorption oder Emission eines Photons zwischen verschiedenen Kreisbahnen springen können. Die Energie des Photons $\hbar\omega$ ist dann die Differenz $E_{n_2} - E_{n_1}$. Emissionslinien, die auf demselben unteren Niveau enden, werden zu Serien zusammengefasst. Nennen Sie die Namen dieser Serien für Wasserstoff. Berechnen Sie für die vier Serien jeweils die Wellenlänge der untersten Linie, also für die Übergänge $n = 2 \rightarrow n = 1$, $n = 3 \rightarrow n = 2$, $n = 4 \rightarrow n = 3$ und $n = 5 \rightarrow n = 4$. Welche Linien liegen im sichtbaren Bereich?
- f) Berechnen Sie die Wellenlängen der entsprechenden Spektrallinien für einfach ionisiertes Helium 4. Welche Linien liegen hier im Sichtbaren? Geben Sie die Wellenlängenunterschiede für die oben genannten vier Linien zwischen Wasserstoff und Deuterium an (Isotopieverschiebung).
- g) Berechnen Sie den Bahnradius des Elektrons für ein Wasserstoffatom im Zustand $n = 30$. Geben Sie für den Übergang $n = 30 \rightarrow n = 29$ die zugehörige Wellenlänge an. In welchem Spektralbereich liegt diese? Informieren Sie sich, wo sogenannte Rydberg-Atome natürlich vorkommen und mit welcher Methode man sie im Labor erzeugen und auch die für hohe n sehr dicht liegenden Energieniveaus selektiv ausmessen kann.

Aufgabe 18: Grenzen des Bohrschen Modells (je 1 Häkchen für a-e und f-g)

- a) Wieso ist in dieser Aufgabe die Rede vom Bohrschen Modell, nicht vom Bohrschen Atom-Modell? D.h. welche Untermenge von Atomen werden überhaupt nur beschrieben?
- b) Die Vorstellung, dass das Elektron den Kern umkreist wie Planeten die Sonne widerspricht einer berühmten quantenmechanischen Begebenheit – welcher?
- c) Man wird Ihnen später im Semester offenbaren, dass der Drehimpuls als Vektor einer Unschärferelation unterliegt, sodass nur dessen Betrag und eine Komponente beliebig genau festgelegt sein können, nicht aber alle drei Komponenten gleichzeitig (also Betrag und Richtung). Was sagt hier das Bohrsche Modell?
- d) Sie werden später im Semester das Vergnügen haben, die Wellenfunktionen des Wasserstoffatoms zu berechnen, oder zumindest vorgerechnet zu bekommen. Dort kommt für den Grundzustand heraus, dass der Gesamt-Drehimpuls $L = 0$ ist. Was sagt hier das Bohrsche Modell?
- e) Berechnen Sie, welche Geschwindigkeit das Elektron bereits im Bohrschen Grundzustand hätte – läuten da nicht Alarmglocken?

- f) In Aufgabe 17 haben Sie die totale Energie des Elektrons im Bohrschen Modell berechnet:

$$E_{\text{tot}} = -\frac{Ze^2}{8\pi\epsilon_0 r}.$$

Aus IK 2 wissen Sie, dass beschleunigte Ladungen strahlen. Was bedeutet das im Zusammenhang mit Energieerhaltung?

- g) Mit Hilfe der Heisenbergschen Unschärferelation kann man die Stabilität der Materie retten. Zeigen Sie, dass die totale Energie des Elektron im Bohrschen Modell

$$E_{\text{tot}} \gtrsim \frac{\hbar^2}{2m_e \langle r \rangle^2} - \frac{Ze^2}{4\pi\epsilon_0 \langle r \rangle}$$

ist. Folgen Sie daraus, dass E_{tot} eine untere Grenze besitzt und bestimmen Sie E_{min} .

Abschließend sei bemerkt, dass weiterhin im Bohrschen Modell *Linienstärken* in Spektra nicht vorhergesagt wurden, ebenso Übergangswahrscheinlichkeiten zwischen Zuständen, die Aufspaltung von Linien mit oder auch ohne magnetisches Feld (vgl. die Natrium-D-Linie), und das Pauliprinzip noch nicht bekannt war (aber auch nicht gebraucht wurde für ein Ein-Elektronen-System).