

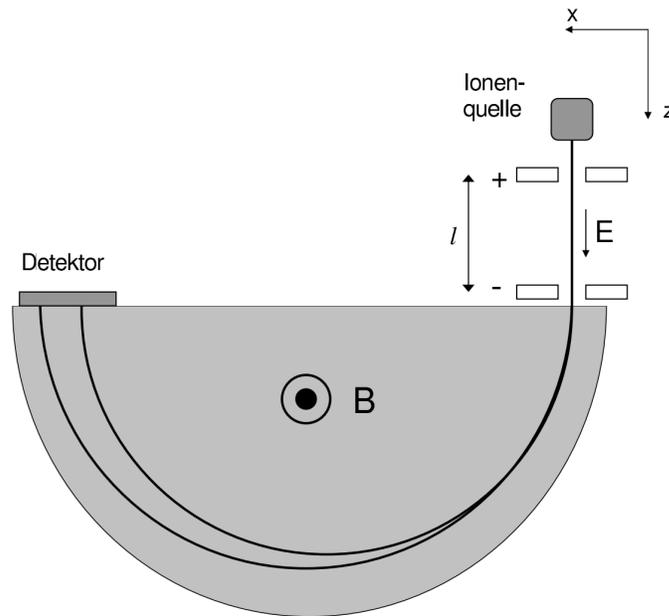
Integrierter Kurs Physik IV
Exp.-Teil – Atomphysik
SoSe 19

Prof. E. Weig, Anh-Tuan Le, Felix Rochau

Übungsblatt 4

Ausgabe: 06.05.2019, Abgabe: 13.05.2019

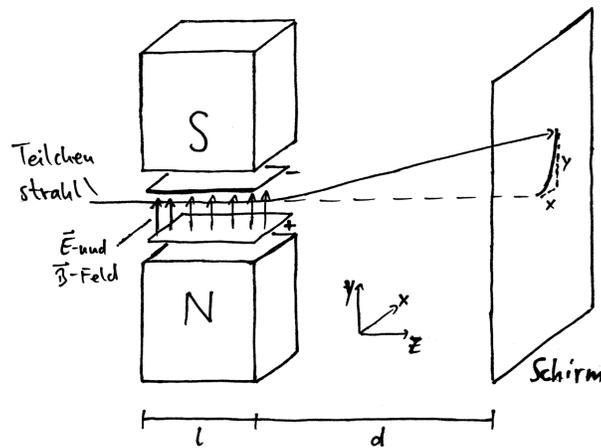
Aufgabe 9: Geladene Teilchen in EM-Feldern (schriftlich abzugeben) (8 Punkte)



- a) Einfach geladene Ionen werden zunächst in einem elektrischen Feld beschleunigt. Bei Eintritt haben sie Geschwindigkeit Null. Anschließend durchlaufen sie in einem senkrecht stehenden magnetischen Feld Halbkreisbahnen. Leiten Sie her, dass der Radius solch einer Halbkreisbahn

$$r = \sqrt{\frac{2mEl}{e}} \frac{1}{B}$$

beträgt, wobei m die Masse des Ions und e die Elementarladung ist.



- b) Betrachten Sie jetzt einen Aufbau, in dem die Teilchen (ebenfalls einfach geladen) auf einer Länge l parallele \vec{E} - und \vec{B} -Felder durchlaufen (**Kaufmann-Spektrometer**). Dadurch werden sie sowohl beschleunigt als auch abgelenkt. Detektion erfolgt auf einem im Abstand d platzierten Schirm. Die Ionen sollen hier bereits mit einer Anfangsgeschwindigkeit v in den Feldbereich eintreten. Diese darf nicht zu gering sein, muss jedoch keineswegs für alle Teilchen gleich sein. Zeigen Sie, dass von einem Strahl polyenergetischer Teilchen identischer Masse m und Ladung e auf dem Schirm eine Parabel $y = Ax^2$ abgebildet wird. Nehmen Sie im Feld eine Geschwindigkeit $v \approx v_z = \text{const.}$ an, berechnen Sie damit die Ablenkungen $x(v)$ und $y(v)$ am Schirm und eliminieren Sie v . Das Ergebnis lautet:

$$y(x) = \frac{m}{e} \frac{E}{B^2} \left(ld + \frac{l^2}{2} \right)^{-1} x^2$$

- c) Berechnen Sie für den Aufbau aus a) zum einen den Abstand auf dem Detektor, in dem Wasserstoffionen H^+ und Molekül-Ionen H_2^+ voneinander auftreffen und zum anderen den Abstand, in dem Ionen der Isotope $^{16}O^+$ und $^{18}O^+$ aufkommen. Hier sei $|\vec{E}| = 5000 \text{ V/m}$, $l = 40 \text{ cm}$ und $|\vec{B}| = 1 \text{ T}$. (Die Masse der Ionen sei als Massenzahl mal Protonenmasse hinreichend genau berechnet.)
- d) Berechnen Sie für dieselben vier Ionensorten jeweils die Positionen x und y , wo diese im Aufbau von b) auf den Schirm treffen. Hier sei $|\vec{E}| = 5000 \text{ V/m}$, $l = 4 \text{ cm}$, $|\vec{B}| = 0.01 \text{ T}$ und $d = 20 \text{ cm}$, und die Ionen treten bereits mit einer kinetischen Energie von 1000 eV in den Feldbereich ein.
- e) Recherchieren Sie, wie der Wien-Geschwindigkeitsfilter funktioniert und demonstrieren Sie die Herleitung der Durchlass-Geschwindigkeit.

Aufgabe 10: Makroskopischer harmonischer Oszillator (1 Häkchen)

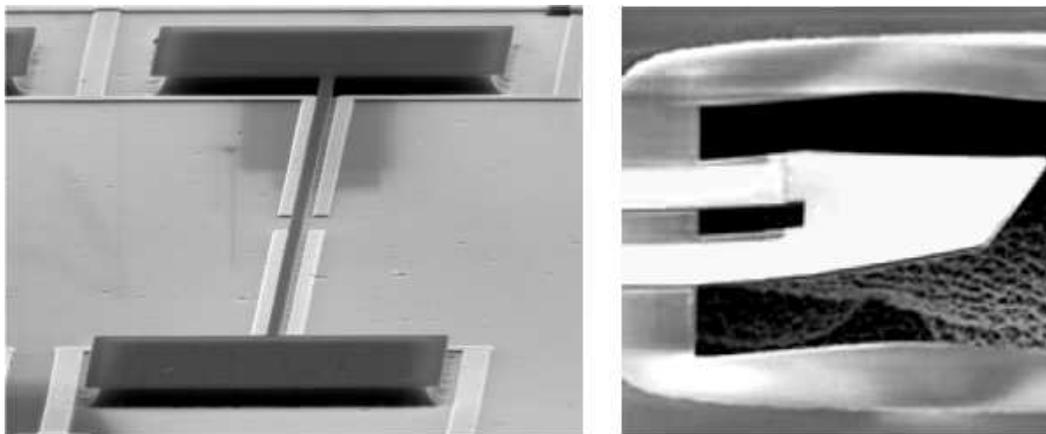
Für lange dünne Balken mit hoher Zugspannung ist die Frequenz f_m der m -ten Biegemode in sehr guter Näherung

$$f_m \approx \frac{m}{2L} \sqrt{\frac{\sigma}{\rho}} \quad (1)$$

mit Modenindex m , Länge L , Zugspannung σ und Dichte ρ .

- a) Betrachten Sie zunächst die Saite einer Ukulele mit Mensur (also schwingender Länge zwischen Sattel und Steg des Instruments) von 38 cm, Durchmesser 0.7 mm, Dichte (Nylon) 1.15 g/cm^3 und einer Zugspannung von 72.2 MPa.

Betrachten Sie die Grundmode der Saite als quantenmechanischen harmonischen Oszillator. Was sind die Energieeigenwerte, was ist die Nullpunktsenergie und welcher Temperatur entspricht diese? Wie groß sind die Nullpunktsfluktuationen der Biegemode? Kann diese Mode bei Raumtemperatur sinnvoll als quantenmechanischer harmonischer Oszillator betrachtet werden (wenn nicht, wie weit müsste man die Saite abkühlen)?



- b) In der linken Abbildung ist ein nanomechanischer Resonator gezeigt. Die Saite ist aus SiN auf Quartzsubstrat aufgebaut. Die Dimensionen sind: $45 \mu\text{m}$ lang, 100 nm dick und 260 nm breit. Die Dichte von SiN beträgt $2.8 \cdot 10^3 \text{ kg/m}^3$, die Zugspannung beträgt 1.4 GPa. Beantworten Sie die Fragen aus a), kann eine Biegemode dieser Struktur als quantenmechanischer harmonischer Oszillator betrachtet werden?
- c) Der Resonator im rechten Bild ist ein sogenannter FBAR (thin Film Bulk Acoustic Resonator). FBARs sind zum Beispiel in jedem Handy als Frequenzfilter enthalten. Ein FBAR besteht aus einem piezoelektrischen Material zwischen zwei Elektroden. Dieser FBAR ist aus Aluminiumnitrid; die obere und untere Elektrode ist aus Aluminium. Beim Anlegen einer elektrischen Spannung ändert sich die Dicke des FBAR. Durch eine Wechselfrequenz mit der geeigneten Frequenz kann er zu Dickenschwingungen angeregt werden. Die Frequenz der niedrigsten Dickenschwingungsmode ist

$$f \approx \frac{c}{2d}, \quad (2)$$

mit Schallgeschwindigkeit c und Dicke d . Abmessungen: Dicke der Aluminiumnitridschicht 330 nm , Dicke der Aluminiumelektroden je 130 nm (laterale Abmessungen ca. $50 \mu\text{m}$, fast noch mit bloßem Auge sichtbar). Die Schallgeschwindigkeit beträgt 9100 m/s .

Vergleichen Sie die Energieeigenwerte dieses Resonators mit denen des nanomechanischen Resonators aus a). Festkörperstrukturen können in sogenannten ^3He - ^4He Entmischungskryostaten auf Temperaturen von bis zu 10 mK abgekühlt werden. Welcher Energieeigenzustand n des FBAR (auch genannt Phononenbesetzungszahl) entspricht dieser Temperatur?

Aufgabe 11: Rutherford-Streuung (1 Häkchen)

Ein parallel gerichteter Strahl von α -Teilchen der kinetischen Energie 4.8 MeV trifft senkrecht auf eine Aluminiumfolie der Dicke $2 \cdot 10^{-5}$ m. Die Strahlintensität beträgt 10^6 Teilchen/s.

- a) Wie viele Teilchen werden pro Minute in einem Detektor, der unter 30° zur Einfallsrichtung aufgebaut ist, gezählt, wenn der Detektor in θ und ϕ jeweils $\pm 2^\circ$ überdeckt?
- b) Wie viele Teilchen werden in diesem Detektor gezählt, wenn er in gleicher Entfernung unter 60° angeordnet ist?
($\rho = 2.7 \cdot 10^3$ kg/m³, $Z_{Al} = 13$, $A_{Al} = 27$)