Universität Konstanz

Integrierter Kurs Physik IV
Exp.-Teil – Atomphysik
SoSe 19

Prof. E. Weig, Anh-Tuan Le, Felix Rochau

Übungsblatt 2

Ausgabe: 24.04.2019, Abgabe: 29.04.2019

Aufgabe 4: Wellenfunktion eines Elektrons (schriftlich abzugeben) **(8 Punkte)**

a) Betrachten Sie ein Elektron, das sich mit dem Impuls $p = \hbar k$ in $x-$Richtung bewegt. Wie lautet die dazugehörige Wellenfunktion $\psi(x,t)$?
Hinweis: $\omega = E/\hbar$ und $E = p^2/2m$

b) Bestimmen Sie die Phasengeschwindigkeit der Elektronenwelle aus a), indem Sie eine Stelle fester Phase im Laufe der Zeit durch den Raum verfolgen. Wie verhält sich die Phasengeschwindigkeit der Welle zur Geschwindigkeit $v = p/m$ des Elektrons?

c) Betrachten sie nun ein Elektron, dessen Wellenfunktion durch eine kontinuierliche Überlagerung von ebenen Wellen der Form

$$\psi(x,t) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} dk e^{-i(\omega(k)t - kx)} a(k) \tag{1}$$

gegeben ist ('Wellenpaket'). Dabei sollen alle vorkommenden Wellenzahlen im Intervall $[k_0 - \Delta k, k_0 + \Delta k]$ liegen und gleich stark beitragen, d.h. $a(k) = const$. Berechnen Sie die Wellenfunktion zum Zeitpunkt $t = 0$.

d) Bei der Berechnung der Wellenfunktion des Elektrons aus c) für einen allgemeinen Zeitpunkt macht der nichtlineare Term $\omega(k)$ im Exponenten Probleme. Um $\psi(x,t)$ näherungsweise zu bestimmen, entwickeln Sie $\omega(k)$ um k_0 bis zur linearen Ordnung. Unter welcher Bedingung an Δk ist diese Näherung erlaubt? Stellen Sie den Verlauf von $a(k)$ und $\omega(k)$ in einer gemeinsamen Skizze dar. Berechnen Sie nun das genäherte Integral für $\psi(x,t)$.

e) Mit welcher Geschwindigkeit bewegt sich das Maximum der Elektronenwelle aus d)? Wie verhält sich diese Geschwindigkeit zur Geschwindigkeit eines Elektrons mit dem Impuls $\hbar k_0$

Aufgabe 5: Wellenfunktion und Wahrscheinlichkeit (schriftlich abzugeben) **(4 Punkte)**

Zum Zeitpunkt $t = 0$ ist ein Teilchen durch folgende Wellenfunktion bestimmt

$$\psi(x,0) = \begin{cases} A\frac{x}{a}, & \text{wenn } 0 \leq x \leq a \\ A\frac{b-x}{b-a}, & \text{wenn } a \leq x \leq b \\ 0, & \text{sonst} \end{cases} \tag{2}$$

mit A, a und b drei Konstanten.

a) Normalisieren Sie ψ (i.e. schreiben Sie A als Funktion von a und b).

b) Zeichnen Sie $\psi(x,0)$ als Funktion von x.

c) Wo ist die Wahrscheinlichkeit am größten, das Teilchen für $t = 0$ zu finden?

d) Rechnen Sie die Wahrscheinlichkeit aus, das Teilchen links von a zu finden. Überprüfen Sie Ihr Ergebnis mit den Grenfällen $b = a$ und $b = 2a$.