Fachbereich Physik
Prof. Dr. Guido Burkard
Dr. Stefan Gerlach
http://tinyurl.com/2019ik4

Universität Konstanz

Physik IV: Integrierter Kurs (Theoretische Physik)
Sommersemester 2019 - Übungsblatt 4
Ausgabe: 8.5., Abgabe: 15.5., Übungen: 17.5.

Aufgabe 9: Anziehendes Delta-Potential (mündlich)

Gegeben sei ein eindimensionales Potential $V(x) = -V_0\delta(x)$, $V_0 > 0$.

a) Zeigen Sie mit Hilfe der stationären Schrödingergleichung die Anschlussbedingung

$$\lim_{\varepsilon\to 0}\left[\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}x}\psi(x)\mid_{x=\varepsilon} - \frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}x}\psi(x)\mid_{x=-\varepsilon}\right] = -\frac{2mV_0}{\hbar^2}\psi(0).$$

b) Es gibt genau einen gebundenen Zustand mit dem Energieeigenwert $E < 0$. Geben Sie sowohl die Energie, als auch die dazugehörige normierte Wellenfunktion an.

c) Geben Sie auch die Eigenfunktionen mit $E > 0$ an und zeigen Sie, dass diese orthogonal zur Eigenfunktion aus b) sind.

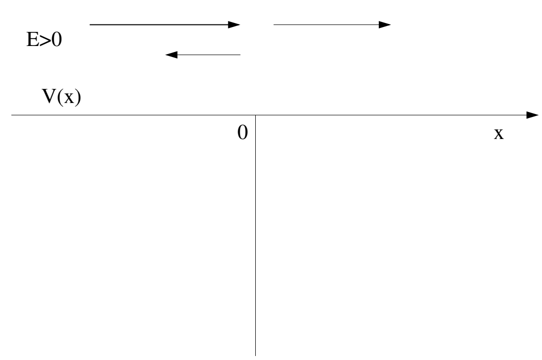
Hinweise: Zu jedem gegebenen $E > 0$ gibt es zwei linear unabhängige Eigenfunktionen. Die Rechnung wird wesentlich vereinfacht, wenn man eine dieser Funktionen symmetrisch zum Ursprung wählt, wobei die andere antisymmetrisch ist.

Aufgabe 10: Streuung am δ-Potential (7 Punkte)

a) (3 Punkte) Berechnen Sie die Reflexions- und Transmissionskoeffizienten $R(E)$ und $T(E)$ von Streuzuständen ($E > 0$) am eindimensionalen attraktiven δ-Potential

$$V(x) = -\frac{\hbar^2 k_0}{2m}\,\delta(x)$$

mit $k_0 > 0$ und zeigen Sie, dass $R + T = 1$ gilt.



b) (2 Punkte) Skizzieren Sie $R(E)$ und $T(E)$.

c) (2 Punkte) Durch Fortsetzung von $R(E)$ für negative Energien, ergibt sich eine Divergenz. Bei welcher Energie liegt diese? Vergleichen Sie diese Energie mit der Energie des gebundenen Zustandes im anziehenden δ-Potential (Aufgabe 9).

Aufgabe 11: Resonanzen am Potentialtopf **(mündlich)**

In der Vorlesung wurden gebundene Zustände im endlichen Potentialtopf behandelt. Betrachten Sie nun den endlichen Potentialtopf der Breite a für Zustände mit positiver Energie $E > 0$.

a) Stellen Sie für die drei Bereiche (I: $x < -a/2$, II: $|x| < a/2$, III: $x > a/2$) einen Ansatz auf. Die von $-\infty$ einlaufende Welle soll Amplitude 1 haben und die reflektierte Welle Amplitude R. Die transmittierte Welle im Gebiet III habe die Amplitude S. Wie hängt die Wellenzahl q in den Gebieten I und III und k im Gebiet II mit der Energie zusammen?

b) Stellen Sie mit Hilfe der Stetigkeitsbedingungen ein Gleichungssystem für die vier unbekannten Amplituden auf. Lösen Sie das Gleichungssystem z.B. durch Einsetzen und zeigen Sie, dass die transmittierte Amplitude gegeben ist durch

$$S = \frac{\mathrm{e}^{-\mathrm{i}qa}}{\cos(ka) - \mathrm{i}\frac{k^2+q^2}{2kq}\sin(ka)}.$$

c) Bestimmen Sie die Transmissionswahrscheinlichkeit $|S(E)|^2$ als Funktion der Energie und skizzieren Sie die Funktion. Berechnen Sie für welche Energien $|S(E_n)|^2 = 1$ gilt. Was bedeutet das?

d) Durch analytische Fortsetzung von S für negative Energien hat S Polstellen. Verwenden Sie $q = \mathrm{i}\kappa$ und zeigen Sie, dass die Position der Polstellen von S genau den gebundenen Zuständen entspricht.

   Hinweis: Formen Sie die Bestimmungsgleichung der Polstellen so um, dass sich die Bestimmungsgleichungen der gebundenen Zustände ergeben.