



**Übungen zu Scientific Computing mit Python
Sommersemester 2025**

Übungsblatt 4

Ausgabe 25.5., Übungen KW 22-24, Abgabe bis 13.6.

Daten und Simulationen

1. Aufgabe: Zahlendarstellung und -kodierung

- (a) Rechne um ins Binärsystem bzw. Dezimalsystem:
10, 42, 123, 11_2 , 1010_2 , 11101100_2
- (b) Rechne um ins Hexadezimalsystem:
11, 16, 256, 1024, 1010_2 , 110011_2 , 10101011_2
Überprüfe die Ergebnisse mit der `hex()`-Funktion von Python.
- (c) Rechne um ins Binärsystem:
 $1F_{16}$, AF_{16} , $1AF_{16}$
- (d) Schreibe ein Python-Programm, das eine Dezimalzahl ins Binärsystem umrechnet. Füge Tests (mit `pytest`) für die Zahlen 10, 42, -42 hinzu.
- (e) Rechne um in IEEE-754 Fließkommazahl (`binary32`): 2, 20, 2.5, -12.5
- (f) Rechne `binary32` um in Dezimalzahl:
 $0100001010..0_2$, $11000001110010..0_2$, $01000010001010010..0_2$
- (g) Berechne `0.1+0.2` in Python. Erkläre das überraschende Ergebnis.
- (h) Wie lautet die Hexadezimaldarstellung der folgenden Texte in ASCII?
„Hi“, „Hallo, Welt!“, „R2D2+C3PO“
Überprüfe die Ergebnisse mit einem Pythonprogramm.
- (i) Welchen UTF-8 Code haben die folgenden Zeichen?
A, α , ∇ , ∞ , \int

2. Aufgabe: Schwingungsgleichung

Wir wollen die allgemeine Schwingungsgleichung

$$m\ddot{x}(t) + \gamma\dot{x}(t) + kx(t) = F(t)$$

numerisch lösen (siehe Vorlesung) und damit das typische Verhalten von Oszillatoren für verschiedene Parameter untersuchen.

Bitte alle Antworten/Rechnungen/Plots in ein Protokoll zusammenfassen, um die Ergebnisse zu dokumentieren.

- (a) Schreibe ein Python-Programm zur Lösung der Schwingungsgleichung für $\gamma = F(t) = 0$ mit Hilfe des expliziten Euler-Verfahrens. Verwende sinnvolle Einheiten, Startbedingungen und Schrittweite. Plote ein typisches Ergebnis für $x(t)$.
- (b) Berechne zusätzlich die Gesamtenergie bei jedem Schritt und gebe diese aus.
- (c) Plote die Abweichungen von $x(t)$ und der Gesamtenergie zur analytischen Lösung für drei verschiedene Schrittweiten.
- (d) Implementiere zusätzlich das Runge-Kutta-Verfahrens 2. Ordnung und das Verlet-Verfahrens und Plote jeweils $x(t)$ für die gleichen Parameter wie in (a).
- (e) Bestimme auch für das Runge-Kutta-Verfahren 2. Ordnung und das Verlet-Verfahren die Abweichungen von $x(t)$ und der Gesamtenergie zur analytischen Lösung für verschiedene Schrittweiten.
- (f) Benutze das Verlet-Verfahren um die Schwingungsgleichung jetzt mit $\gamma > 0$ numerisch zu lösen (s. Vorlesung). Versuche den Schwingfall, den Kriechfall und den aperiodischen Grenzfall analytisch und numerisch zu finden und plote typische Kurven für $x(t)$ und $v(x)$ (Phasendiagramm).

Hinweis: Siehe <http://de.wikipedia.org/wiki/Schwingung>

- (g) Für eine periodische treibende Kraft $F(t) = \sin(\omega_t t)$ soll die sogenannte Resonanzkurve des Systems bestimmt werden, indem man für eine feste Dämpfung γ die Amplitude x_{\max} nach dem Einschwingvorgang in Abhängigkeit der Frequenz ω_t berechnet und darstellt.

Hinweis: Vergleiche dein Ergebnis mit <http://upload.wikimedia.org/wikipedia/commons/4/43/Resonanzueberhoehung.png>

- (h) Mit Hilfe eines 3-D Plots lässt sich die Resonanzkurve in Abhängigkeit der Dämpfungskonstanten γ darstellen. Schreibe ein Programm um solch einen 3-D Plot zu erzeugen.