



Übungen zur Computerphysik II Wintersemester 2023/24

Übungsblatt 2

Ausgabe 13.11., Übungen KW 46+47, Abgabe bis 27.11.

Diskrete Verteilungen

1. Aufgabe: Verteilungen und Grenzwerte

Wir wollen uns die Grenzwerte der diskreten Wahrscheinlichkeitsverteilungen anschauen.

- Die Binomialverteilung nähert sich für $n \rightarrow \infty$ und $p \rightarrow 0$ mit festem $\lambda = np$ der Poissonverteilung. Plote und vergleiche die Binomialverteilung für $n = 2, 100, 1000$ für $\lambda = 1$ mit der Poissonverteilung. Diskutiere dazu den Erwartungswert und die Standardabweichung.
- Die Binomialverteilung nähert sich für $n \rightarrow \infty$ der Normalverteilung (Gauss). Plote und vergleiche die Binomialverteilung für $p = 1/2$ und $n = 10, 100, 1000$ mit der Normalverteilung. Diskutiere wieder den Erwartungswert und die Standardabweichung.
- In welchem Fall kann man die Normalverteilung als Grenzfall der Poissonverteilung verwenden? Zeige es anhand eines Plottes.

2. Aufgabe: Beispiele Poissonverteilung

Die Poissonverteilung ist eine Näherung für physikalische Vorgänge, bei denen seltene Ereignisse in sehr vielen Versuchen beobachtet werden. Wir wollen uns hier zwei Beispiele anschauen.

- DNA:** Punktmutationen, die beim Duplizieren der DNA entstehen, werden durch ausgeklügelte Korrekturmechanismen so gut korrigiert, dass pro Generation nur eine Punktmutation in 50 Millionen Basenpaaren entsteht. Die Zahl der daraus resultierenden Punktmutationen ist Poisson-verteilt.
Das Chromosom Nummer 10 des Menschen hat 135 Millionen Basenpaare. Was sind die Wahrscheinlichkeiten dafür, dass ein Chromosom 10 des Kindes keine, eine, zwei Punktmutationen gegenüber dem elterlichen Chromosom 10 bekommt? Stelle die Ergebnisse graphisch dar.
- Dichteschwankungen:** Ein Behälter mit dem Volumen V enthalte $N \gg 1$ Moleküle; die mittlere Dichte beträgt $\rho = N/V$. Die Wahrscheinlichkeit, ein bestimmtes Molekül im Teilvolumen ΔV zu finden, ist $p = \Delta V/V$. Es sei nun $\Delta V/V \ll 1$. Die Anzahl der Moleküle in ΔV unterliegt dann einer Poisson-Verteilung mit $\bar{n} = Np = \rho\Delta V$. In welchem Fall werden die Dichteschwankungen sehr klein und im Sinne der Thermodynamik hat nur mehr die mittlere Dichte eine Bedeutung? Stelle die Verteilung an einem Beispiel und im Grenzfall graphisch dar.