UNIVERSITÄT KONSTANZ
Fachbereich Physik (Theoretische Physik)
Dr. Stefan Gerlach
Raum P 817, Tel. (07531)88-3825
E-mail: stefan.gerlach@uni-konstanz.de

Universität Konstanz

Übungen zur Computerphysik II
Wintersemester 2022/23

Übungsblatt 3
Ausgabe 23.11., Übungen KW 48+49, Abgabe bis 9.12.

Numerische Integration und kontinuierliche Verteilungen
Bitte jeweils eine Aufgabe ((1 oder 2) und (3 oder 4)) aussuchen

1. **Aufgabe: Beugungsmuster einer Lochblende**
   Das radiale Beugungsmuster einer runden Lochblende ist gegeben (siehe IK3) durch die Formel $I(r) = (J_1(kr)/(kr))^2$ mit $k = 2\pi/\lambda$ und den *Bessel-Funktionen*

$$J_m(r) = \frac{1}{\pi}\int_0^\pi \cos(m\theta - r\sin\theta)\,\mathrm{d}\theta.$$

   - Schreibe ein Programm zur Berechnung von $J_0(x)$, $J_1(x)$ und $J_2(x)$ für $x = 0..20$ und $N = 100$ mit der Trapezmethode.
   - Plotte die Ergebnisse zum Vergleich mit den bekannten Besselfunktionen (scipy.special.j0(), etc.).
   - Plotte das Beugungsmuster einer Lochblende als Dichteplot für verschiedene Wellenlängen
     Hinweis:

   https://scipy-lectures.github.io/intro/matplotlib/auto_examples/plot_contour_ex.html

2. **Aufgabe: Kantenbeugung**
   Eine ebene Welle der Wellenlänge λ wird an einer scharfen Kante gebeugt.

   Die Intensität auf einem Schirm im Abstand z ist dann gegeben durch
   $I = I_0/8((2C(u)+1)^2 + (2S(u)+1)^2)$ mit $u = x\sqrt{2/(\lambda z)}$ und den *Fresnel-Integralen*:

$$C(u) = \int_0^u \cos(\pi t^2/2)\,\mathrm{d}t, \quad S(u) = \int_0^u \sin(\pi t^2/2)\,\mathrm{d}t$$

   - Schreibe jeweils eine Funktion um die Fresnel-Integrale zu berechnen. Vergleiche mit http://en.wikipedia.org/wiki/Fresnel_integral
   - * Plotte den parametrischen Plot ($x = C(t)$,$y = S(t)$) um die sog. Euler-Spirale zu erhalten.
   - Schreibe damit ein Programm um die Intensität $I(x)/I_0$ abhängig von λ und z zu bestimmen.
   - Plotte die Ergebnisse für verschiedene Wellenlängen und Abstände des Schirms.

3. **Aufgabe: Maxwell-Boltzmann-Verteilung**
   Die Geschwindigkeitsverteilung von Atomen der Masse m eines idealen Gases der Temperatur T (siehe IK) ist gegeben durch

$$f(v) = \left(\frac{m}{2\pi kT}\right)^{3/2} 4\pi v^2 \mathrm{e}^{-mv^2/kT}.$$

   Wir wollen die Verteilung am Beispiel von Helium-Atomen ($m = 6.65 \cdot 10^{-27}$ kg) bei der Temperatur 300 K untersuchen. Die Boltzmann-Konstante ist $k = 1.38 \cdot 10^{-23}$ J/K.

   - Zeichne die Verteilung und finde dessen Maximum v_{max}.
   - Berechne dem Mittelwert $\langle v \rangle$ und das mittlere Geschwindigkeitsquadrat $v_{\mathrm{RMS}} = \sqrt{\langle v^2 \rangle}$ durch Numerische Integration (z.B. scipy.integrate.quad()).
   - Zeichne $\langle v \rangle$, v_{RMS} und die Standardabweichung $\sigma = \sqrt{\langle v^2 \rangle - \langle v \rangle^2}$ in die Verteilung ein.
   - * Bestimme den Median v_{m} der Verteilung, definiert durch $\int_0^{v_{\mathrm{m}}} f(v)\,\mathrm{d}v = 0.5$. Wo liegt er im Vergleich zu v_{max} und $\langle v \rangle$?

4. **Aufgabe: Unschärfe im Harmonischen Oszillator**

   Die Wellenfunktion eine Teilchens im Harmonischen Oszillator ist gegeben durch

$$\Psi_n(x) = \frac{1}{\sqrt{2^n n! \sqrt{\pi}}}\, \mathrm{e}^{-x^2/2} H_n(x)$$

   mit den Hermite-Polynomen $H_n(x)$ definiert durch $H_0(x) = 1$, $H_1(x) = 2x$ und $H_{n+1}(x) = 2xH_n(x) - 2nH_{n-1}(x)$.

   - Schreibe mit SymPy ein Programm, dass die Hermite Polynome für $n = 0, .., 30$ ausgibt und für $n = 0, .., 3$ plottet.
   - Plotte die Wellenfunktion for $n = 0, 1, 2$ und n=30 im Bereich $x = [-10, 10]$.
   - Berechne die Unschärfe $\sqrt{\langle x^2 \rangle}$ der Wellenfunktion mit

$$\langle x^2 \rangle = \int_{-\infty}^{\infty} x^2 |\Psi_n(x)|^2 \,\mathrm{d}x$$

     durch numerische Integration für $n = 0$ und n=5.