UNIVERSITÄT KONSTANZ
Fachbereich Physik
Prof. Georg Maret (Experimentalphysik)
Raum P 1009, Tel. (07531)88-4151
E-mail: Georg.Maret@uni-konstanz.de
Prof. Dr. Matthias Fuchs (Theoretische Physik)
Raum P 907, Tel. (07531)88-4678
E-mail: matthias.fuchs@uni-konstanz.de

Theorieübungen zur Physik III: Integrierter Kurs
Wintersemester 2010/2011

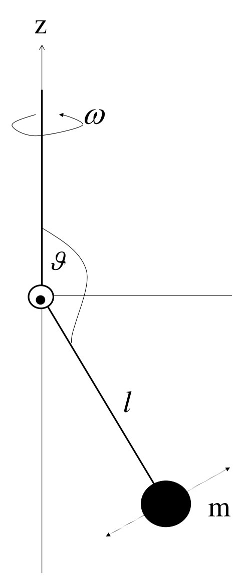
Übungsblatt 6, Ausgabe 01.12.2010, abzugeben am 08.12.2010
Besprechung in den Übungen vom 10.12.2010

13. **Parsevalsche Formel (2 Punkte)**
Die Funktionen $f(\mathbf{x})$ und $g(\mathbf{x})$ seien absolut integrabel, so dass ihre Fouriertransformierten $\tilde{f}(\mathbf{k})$ und $\tilde{g}(\mathbf{k})$ existieren. Zeigen Sie

$$\int d^d x \; f^*(\mathbf{x}) \; g(\mathbf{x}) = \int \frac{d^d k}{(2\pi)^d} \; \tilde{f}^*(\mathbf{k}) \; \tilde{g}(\mathbf{k})$$

Hinweis: Der Hilfssatz der Vorlesung kann verwendet werden.

14. **Rotierendes Schwerependel; (6 Punkte + 2 Zusatzpunkte)**
Die horizontale Achse der Aufhängung eines ebenen Pendels rotiere mit konstanter Winkelgeschwindigkeit ω um die vertikale Achse.



(a) Stellen Sie die Lagrangefunktion auf für Schwingungen des Pendels um seine horizontale Aufhängungsachse im Schwerefeld. Wählen Sie dafür Kugelkoordinaten. Gehen Sie zum eindimensionalen Problem über und ermitteln Sie das effektive Potenzial.

(2 Punkte)

(b) Diskutieren Sie die Gleichgewichtslagen als Funktion von ω und veranschaulichen Sie die unterschiedlichen Fälle anhand von Skizzen.

(2 Punkte)

(c) Diskutieren Sie kleine Schwingungen des Pendels um seine Gleichgewichtslage als Funktion von ω.

(2 Punkte)

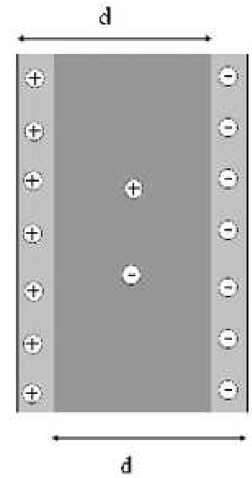
(d) Wie lautet die Bewegung bei $\omega = \sqrt{g/l}$ für kleine Auslenkungen?

(2 Zusatzpunkte)

15. **Plasmaschwingungen; (10 Punkte)**
Ab einer Höhe von ca. 100 km über dem Erdboden werden die Moleküle der Atmosphäre ständig durch die kurzwelligen Anteile des Sonnenlichts dissoziiert und ionisiert. Während des Tages können Elektronen- bzw. Ionenkonzentrationen von $n = 10^7 cm^{-3}$ erreicht werden. Solche Gase aus geladenen Teilchen nennt man ein Plasma.

(a) Die Wechselwirkung eines solchen Elektronengases mit elektromagnetischer Strahlung kann mit dem folgenden Bild verstanden werden:

Eine beliebig weit ausgedehnte Schicht der Dicke d und der relativen Dielektrizitätkonstanten ε sei mit einer positiven Ladungsdichte ρ_+ und einer betragmäßig gleichen negativen Ladungsdichte ρ_- homogen ausgefüllt. Im Ruhezustand fallen die Ladungsschwerpunkte zusammen. Werden nun beide Schichten gegeneinander verschoben, so wird sich eine rückstellende Kraft einstellen, da die Ladungsschwerpunkte der Schichten nicht mehr übereinstimmen (siehe Abbildung). Bestimmen Sie diese Kraft in Abhängigkeit von der relativen Verschiebung der beiden Schichten gegeneinander. Das System wird nach der Auslenkung eine harmonische Schwingung ausführen.



Warum? Bestimmen Sie die Kreisfrequenz dieser Schwingung. Diese nennt man die Plasmafrequenz. (2 Punkte)

(b) Eine mikroskopische Beschreibung der Eigenschaften kann mit Hilfe des Lorenzschen Oszillatormodells (Aufgabe 6) gefunden werden wenn man die Dämpfung vernachlässigt. Warum entfällt bei der Betrachtung für ein Gas aus Elektronen auch der Term welcher die Federkonstante enthält? Bestimmen Sie in Anlehnung an Aufgabe 6 die dielektrische Funktion $\varepsilon(\omega)$ und skizzieren sie diese.
Welcher Zusammenhang gilt hier für die Plasmafrequenz? Man vergleicht mit Teilaufgabe a). (2 Punkte)

(c) Geben Sie die Plasmafrequenz für Kupfer, $n_\varepsilon = 8,4{}^\star 10^{22} cm^{-3}$ und für die Ionosphäre bei ihrem maximalen Ionisationsgrad an.
Wie groß wäre die Plasmafrequenz für einfach geladene Stickstoffionen der gleichen Konzentration wie die der Elektronen? (1 Punkt)

(d) Eine ebene Welle der Frequenz ω trifft auf diese Schicht. Bestimmen Sie was mit dieser Welle passiert falls deren Frequenz größer bzw. kleiner als die Plasmafrequenz ist. Welche Konsequenzen lassen sich daraus für die Kommunikation mit Satelliten aber auch mit Objekten auf der Erdoberfläche die nicht direkt mit elektromagnetischen Wellen zu erreichen sind (unterhalb des Horizonts liegen) ableiten. (2 Punkte)

(e) Nun soll der Effekt einer solchen Schicht auf ein Wellenpaket bestimmt werden. Dieses sei durch

$$E = \int \frac{dk}{2\pi} e^{i(\omega(k)t - kz)} \tilde{E}(k)$$

gegeben, wobei für alle an dem Wellenpaket beteiligten Frequenzen $\omega(k) > \omega_p$ gelten soll. Leiten Sie unter Verwendung der bekannten Dispersionsrelation die Phasengeschwindigkeit v_p ab, die die Geschwindigkeit der Amplitudenstellen mit konstanter Phase angibt. Bestimmen Sie auch die Gruppengeschwindigkeit $v_g(\omega) = \frac{d\omega}{dk}$. Vergleichen Sie die beiden mit der Lichtgeschwindigkeit. Was beschreibt die Gruppengeschwindigkeit?
Hinweis: Nehmen Sie an, dass $\tilde{E}(k)$ ein scharfes Maximum bei $k = k_0$ besitzt und entwickeln Sie die Phase um k_0. Interpretieren Sie dann $E(z,t)$. (3 Punkte)