

UNIVERSITÄT KONSTANZ

Fachbereich Physik

Prof. Georg Maret (Experimentalphysik)

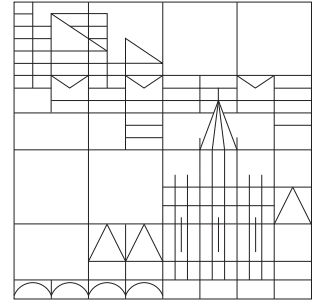
Raum P 1009, Tel. (07531)88-4151

E-mail: Georg.Maret@uni-konstanz.de

Prof. Dr. Matthias Fuchs (Theoretische Physik)

Raum P 907, Tel. (07531)88-4678

E-mail: matthias.fuchs@uni-konstanz.de



**Theorieübungen zur Physik III: Integrierter Kurs
Wintersemester 2010/2011**

Übungsblatt 3, Ausgabe 10.11.2010, abzugeben am 17.11.2010

Besprechung in den Übungen vom 19.11.2010

7. Polarisationsladungen; (3 Punkte)

Die Polarisations- \mathbf{P} und die Magnetisierungsdichte \mathbf{M} eines Materials lassen sich mit Hilfe einer internen Ladungsdichte ρ^{int} sowie einer internen Stromdichte \mathbf{j}^{int} folgendermaßen definieren :

$$\begin{aligned}\nabla \cdot \mathbf{P} &= -\rho^{\text{int}} \\ \nabla \times \mathbf{M} + \dot{\mathbf{P}} &= \mathbf{j}^{\text{int}}\end{aligned}$$

- (a) Welche Gleichung müssen ρ^{int} und \mathbf{j}^{int} damit erfüllen? Wie lässt sich diese Gleichung physikalisch interpretieren? (1 Punkt)
- (b) Sind die Größen \mathbf{P} und \mathbf{M} bei gegebenem ρ^{int} und \mathbf{j}^{int} durch die obigen Gleichungen eindeutig bestimmt? Wenn nein, zeigen Sie, wie sich \mathbf{P} und \mathbf{M} transformieren lassen. (1 Punkt)
- (c) Stellen Sie aus $\rho = \rho^{\text{ext}} + \rho^{\text{int}}$ und $\mathbf{j} = \mathbf{j}^{\text{ext}} + \mathbf{j}^{\text{int}}$ sowie den Maxwellgleichungen den Zusammenhang zwischen \mathbf{E} und \mathbf{D} bzw. \mathbf{B} und \mathbf{H} her. (1 Punkt)

8. Energie/Impuls/Drehimpuls/Spindichte; (9 Punkte)

- (a) Mit Hilfe einer Bilanzgleichung für die Leistung soll die elektromagnetische Energiedichte u_{em} und der Poyntingvektor \mathbf{S} für elektromagnetische Felder bestimmt werden. Die Gesamtleistung P ergibt sich mit Hilfe der Lorentzkraft an freien (externen) Ladungen q_i (mit $i = 1, \dots, N$). Um

$$P = \int dV \mathbf{j}^{\text{ext}} \cdot \mathbf{E}$$

zu finden, verwenden und begründen Sie

$$\mathbf{j}^{\text{ext}}(\mathbf{r}, \mathbf{t}) = \sum_{i=1}^N q_i \mathbf{v}_i(\mathbf{t}) \delta(\mathbf{r} - \mathbf{r}_i(\mathbf{t})).$$

Mit Hilfe der Maxwellgleichungen kann man die Bilanzgleichung auf die angegebene Form bringen und die elektromagnetische Energiedichte u_{em} und den Poyntingvektor \mathbf{S} identifizieren.

$$P = - \int dV \frac{d}{dt} u_{em} - \oint_{\partial V} d\boldsymbol{\sigma} \cdot \mathbf{S}$$

Betrachten Sie zur Vereinfachung ein unmagnetisches, ideales Dielektrum.

Hinweis: Verwenden Sie die Identität

$$\nabla \cdot (\mathbf{A} \times \mathbf{B}) = \mathbf{B} \cdot (\nabla \times \mathbf{A}) - \mathbf{A} \cdot (\nabla \times \mathbf{B})$$

(3 Punkte)

- (b) Aus der Betrachtung der Kräfte, die elektromagnetische Felder auf Ladungen ausüben, kann mit dem actio=reactio Prinzip die Impulsdichte \mathbf{p} der elektromagnetischen Felder gefunden werden. Zur Vereinfachung der Rechnung soll im Vakuum gerechnet werden, und das zu betrachtende Volumen V den gesamten R^3 einnehmen, so dass Randterme wegen des Verschwinden der Felder im Unendlichen, z.B. $\mathbf{E}(|\mathbf{r}| \rightarrow \infty) \rightarrow 0$, vernachlässigt werden können.

Bestimmen Sie \mathbf{p} in Analogie zur Ableitung der Energiedichte u .

Hinweis: Zeigen und verwenden Sie

$$\int dV \left(\frac{1}{\mu_0} (\nabla \cdot \mathbf{B}) \mathbf{B} + \epsilon_0 (\nabla \times \mathbf{E} + \frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t}) \times \mathbf{E} \right) = 0$$
$$(\mathbf{X}(\nabla \cdot \mathbf{X}) - \mathbf{X} \times (\nabla \times \mathbf{X})) = \nabla \cdot (\mathbf{X} \otimes \mathbf{X}) - \frac{1}{2} \nabla (X^2),$$

wobei \mathbf{X} für \mathbf{E} oder \mathbf{B} steht. $\mathbf{X} \otimes \mathbf{X}$ ist das Tensorprodukt.

(4 Punkte)

- (c) Zeigen Sie in der Eichung $\mathbf{E} = -\dot{\mathbf{A}}$, dass der Drehimpuls $\mathbf{L} = \int dV \mathbf{L}(\mathbf{r}, t)$ geschrieben werden kann als Summe von Spin

$$\mathbf{L}_s = \epsilon_0 \int dV \mathbf{A} \times \dot{\mathbf{A}}$$

und Bahndrehimpuls \mathbf{L}_B , der vom Bezugspunkt des Koordinatensystems abhängt,

$\mathbf{L} = \mathbf{L}_s + \mathbf{L}_B$. Bestimmen Sie \mathbf{L}_B .

(2 Punkt)