UNIVERSITÄT KONSTANZ
Fachbereich Physik
Prof. Dr. Alfred Leitenstorfer (Experimentalphysik)
Raum P 809, Tel. (07531)88-3818
E-mail: Alfred.Leitenstorfer@uni-konstanz.de
Prof. Dr. Matthias Fuchs (Theoretische Physik)
Raum P 907, Tel. (07531)88-4678
E-mail: matthias.fuchs@uni-konstanz.de

Übungen zur Physik III: Integrierter Kurs
Wintersemester 06/07

Übungsblatt 1, Ausgabe 24.10.2006, abzugeben am 31.10.2006
Besprechung in den Übungen vom 2.-3.11.2006

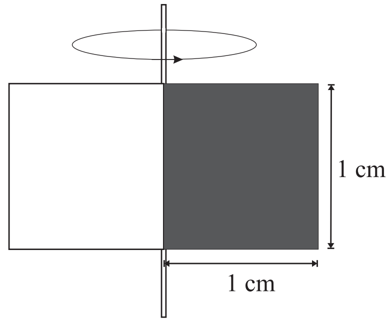
4. **Strahlungsdruck einer elektromagnetischen Welle; (7 Punkte)**

   (a) Zeigen Sie anhand einer ebenen monochromatischen Welle, warum elektromagnetische Strahlung auf eine beliebige Testladung q stets eine positive Kraftkomponente in Propagationsrichtung ausübt. (1 Punkt)

   (b) Zeigen Sie im Photonenbild, dass sich der Druck elektromagnetischer Strahlung auf eine perfekt absorbierende Fläche durch $P_S = I/\mathrm{c}$ ausdrücken lässt, wobei I die Intensität und c die Vakuumlichtgeschwindigkeit sind. (1 Punkt)

   (c) Schätzen Sie den Strahlungsdruck der Sonne auf der Erdoberfläche ab (Solarkonstante: $I_S = 1{,}4\ \mathrm{kW/cm^2}$)! Geben Sie die Größenordnung für den zugehörigen mittleren Photonenfluss an. Vernachlässigen Sie hierzu Reflexions- und Absorptionsverluste in der Atmosphäre. Wie groß ist der Strahlungsdruck auf der Sonnenoberfläche? Welche Gesamtkraft übt der Strahlungsdruck der Sonne auf die Erde aus? (2 Punkte)

   (d) In einem sogenannten *Radiometer* (auch *Lichtmühle*) wird ein Glasplättchen (Fläche $A = 2\,\mathrm{cm} \times 1\,\mathrm{cm}$, Dicke $d = 0,1\,\mathrm{mm}$, Dichte $\rho = 2,2\,\mathrm{g/cm^3}$), wie unten gezeigt, je zur Hälfte mit einem absorbierenden und einem reflektierenden Film beschichtet und in einem groben Vorvakuum entlang der Mittelachse nahezu reibungsfrei gelagert. Berechnen Sie das Drehmoment, das senkrecht eingestrahltes Sonnenlicht auf das Glasplättchen ausübt. Veranschaulichen Sie sich das Ergebnis, indem Sie die Zeit für eine volle Umdrehung bestimmen. Nehmen Sie dazu an, dass das Plättchen anfangs in Ruhe und das Drehmoment zeitlich konstant ist. In der Praxis dreht sich das Radiometer gegensinnig zum Drehmoment des Lichtdrucks. Warum? (3 Punkte)



5. **Elliptische Polarisation und Polarisationsfilter; (6 Punkte, 3 Zusatzpunkte)**
Betrachten Sie die Überlagerung $\mathbf{E}(z,t) = \mathbf{E}_1(z,t) + \mathbf{E}_2(z,t)$ zweier ebener elektromagnetischer Wellen

$$\mathbf{E}_1 = E_0\,\mathbf{e}_\mathrm{x}\cos(kz - \omega t)$$
$$\mathbf{E}_2 = E_0\,\mathbf{e}_\mathrm{y}\cos(kz - \omega t + \Phi)$$

mit gleicher Amplitude E_0, Ausbreitungsrichtung $\mathbf{k} \parallel \mathbf{e}_\mathrm{z}$ und beliebiger Phasenverschiebung Φ.

(a) Skizzieren Sie die Trajektorien des Polarisationsvektors in der $(x,y,0)$-Ebene für alle $\Phi \in \left\{0, \frac{\pi}{8}, \frac{\pi}{4}, \frac{\pi}{2}\right\}$. Um welchen Winkel α ist die Hauptachse der resultierenden Ellipse gegen die x-Achse gedreht? (1 Punkt)

(b) Die Welle falle auf einen Polarisationsfilter, dessen Durchlassrichtung um den Winkel θ gegen die x-Achse gedreht ist. Berechnen Sie $E_\mathrm{t}(z,t)$ der transmittierten Welle in Abhängigkeit von Φ. Für welche Winkel θ_max beziehungsweise θ_min wird die Intensität extremal? (3 Punkte)

(c) Eine zirkular polarisierte Welle ($\Phi = \frac{\pi}{2}$) falle auf zwei hintereinander liegende gekreuzte Polarisationsfilter P1 und P2 ($\theta_1 = 0$ und $\theta_2 = \frac{\pi}{2}$). Geben Sie die Amplitude der resultierenden Welle an. Berechnen Sie die Intensität der transmittierten Welle, wenn zusätzlich zwischen P1 und P2 der Plarisationsfilter P3 mit $\theta_3 = \frac{\pi}{4}$ gestellt wird.

(2 Punkte)

(d) Gehen Sie von einer linear in x-Richtung polarisierten Welle aus. Zwischen die beiden gekreuzten Polarisatoren aus Teilaufgabe c) werden nun n zusätzliche Polarisatoren gestellt, deren Durchlassrichtung jeweils um einen Winkel von $\frac{\pi}{2(n+1)}$ gedreht ist. Wie groß ist nun die Feldamplitude am Ausgang der Anordnung? Wie groß wird die Feldamplitude im Grenzwert $n \to \infty$? (3 Zusatzpunkte)
Hinweis: Entwickeln Sie hierzu den auftretenden Ausdruck $\cos^{n+1}(\phi)$ in eine Taylorreihe um $\phi = 0$ bis zur zweiten Ordnung.)

6. **Polarisationsladungen; (3 Zusatzpunkte)**

Die Polarisations- $\vec{P}$ und die Magnetisierungsdichte $\vec{M}$ eines Materials lassen sich mit Hilfe einer effektiven Ladungsdichte ρ^{int} sowie einer effektiven Stromdichte $\vec{j}^{\mathrm{int}}$ folgendermaßen definieren :

$$\vec{\nabla} \cdot \vec{P} = -\rho^{\mathrm{int}}$$
$$\vec{\nabla} \times \vec{M} + \dot{\vec{P}} = \vec{j}^{\mathrm{int}}$$

(a) Welche Gleichung müssen ρ^{int} und $\vec{j}^{\mathrm{int}}$ damit erfüllen? Wie lässt sich diese Gleichung physikalisch interpretieren? (1 Zusatzpunkt)

(b) Sind die Größen $\vec{P}$ und $\vec{M}$ bei gegebenem ρ^{int} und $\vec{j}^{\mathrm{int}}$ durch die obigen Gleichungen eindeutig bestimmt? Wenn nein, zeigen Sie, wie sich $\vec{P}$ und $\vec{M}$ transformieren lassen.

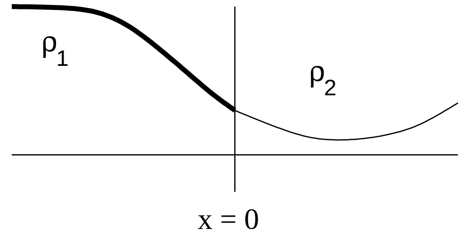
(1 Zusatzpunkt)

(c) Stellen Sie aus $\rho = \rho^{\mathrm{ext}} + \rho^{\mathrm{int}}$ und $\vec{j} = \vec{j}^{\mathrm{ext}} + \vec{j}^{\mathrm{int}}$ sowie den Maxwellgleichungen den Zusammenhang zwischen $\vec{E}$ und $\vec{D}$ bzw. $\vec{B}$ und $\vec{H}$ her.

(1 Zusatzpunkt)

7. **Seilwellen II: Reflexion und Transmission; (7 Punkte)**
Ein unendlich langes Seil bestehe aus zwei Teilstücken mit unterschiedlichen Massendichten ρ_1, ρ_2. Die Spannung σ sei konstant. Die Auslenkung $y(x,t)$ gehorcht den Wellengleichungen

$$\sigma \frac{\partial^2 y}{\partial x^2} = \rho_1 \frac{\partial^2 y}{\partial t^2} \quad (x < 0)$$
$$\sigma \frac{\partial^2 y}{\partial x^2} = \rho_2 \frac{\partial^2 y}{\partial t^2} \quad (x > 0)$$



(a) Ein beliebiges Wellenpaket $f_I(x - c_1 t)$ endlicher Ausdehnung (d.h. $f(\varphi) \to 0$ für $|\varphi| \to \infty$) läuft von $x < 0$ auf $x = 0$ zu und wird teilweise reflektiert und transmittiert. Was ist c_1? Wie lautet der Ansatz für die Auslenkung $y(x,t)$ für $x < 0$ und für $x > 0$?

(1 Punkt)

(b) Mit den Randbedingungen aus Aufgabe 1 (0tes Blatt), die $y(x,t)$ bei $x = 0$ erfüllen muss, und durch geschicktes Integrieren folgt ein Gleichungssystem für die unbekannten Wellenpakete f_I, f_R und f_T. Wie lautet es? (1 Punkt)

(c) Zeigen Sie $f_T = T\, f_I$ und $f_R = R\, f_I$, und bestimmen und diskutieren Sie Reflexionskoeffizient R und Transmissionskoeffizient T. (2 Punkte)

(d) Die Energie U, die in einem Stück des Seils der Länge L mit konstanter Massendichte ρ gespeichert ist, ergibt sich aus der Energiedichte $u(x,t)$ durch das Integral

$$U/A = \int_L dx\, u(x,t) \qquad \text{mit } \; u = \frac{\rho}{2}\left(\frac{\partial y}{\partial t}\right)^2 + \frac{\sigma}{2}\left(\frac{\partial y}{\partial x}\right)^2,$$

mit A der Seilquerschnittfläche. Begründen Sie beide Terme anschaulich.
Hinweis: Betrachten Sie für den zweiten Term die Arbeit (Kraft $\times$ Weg), die benötigt wird, um ein Seil bei konstanter Spannung σ auszulenken. Denken Sie dabei an die Differenz zwischen einem Linienelement ds des ausgelenkten Seils und dx des Seils in der Ruhelage. Verwenden Sie weiterhin $\mid \frac{\partial y}{\partial x} \mid \ll 1$. (1 Punkt)

(e) Leiten Sie den Energieerhaltungssatz ab:

$$\frac{\partial}{\partial t} u + \frac{\partial}{\partial x} s = 0\,.$$

Wie lautet die Energiestromdichte s? (1 Punkt)

(f) Ist s stetig am Punkt $x = 0$, wo ρ springt? Und wie lautet der über die Wellenpakete integrierte Energiestrom $S = \int dx s(x,t)$ ausgedrückt durch die fs? (1 Punkt)

8. **Drude-Modell; (5 Punkte)**

Das Drude-Modell bzw. Drude-Lorentz-Modell ist eine klassische Beschreibung des Ladungstransports in Metallen. In dem Modell wird ein elektrischer Leiter als Ionenkristall betrachtet, in dem sich die Elektronen frei bewegen können. Durch ein äußeres elektrisches Feld $\vec{E}$ erfahren die freien Elektronen im Leiter eine Kraftwirkung $\vec{F} = -e\vec{E}$ und werden beschleunigt.

Die Bewegungsgleichung der Elektronen unter der Annahme ($v \ll c$) lautet damit

$$\dot{\vec{v}}(t) + \gamma \vec{v}(t) = -\frac{e}{m}\vec{E}(t)$$

mit e der Elementarladung, m der Elektronenmasse und $\vec{v}(t)$ der Geschwindigkeit.

(a) Lösen Sie die Bewegungsgleichung für den feldfreien Fall und interpretieren Sie die Größe γ. Wie lautet $\vec{r}(t)$ für den stationären Fall $\dot{\vec{v}} = 0, \vec{E} \neq 0$?

(1 Punkt)

(b) Zeigen Sie mit dem Ansatz $\vec{v}_p(t) = \vec{v}_h(t)\Delta(t)$ wie sich eine partikuläre Lösung einer allgemeinen linearen inhomogenen Differentialgleichung 1. Ordnung berechnen lässt (bekannt als Methode der Variation der Konstanten). Berechnen Sie damit und der homogenen Lösung $\vec{v}_h$ aus Teilaufgabe a) eine partikuläre Lösung $\vec{v}_p$ der allgemeinen Bewegungsgleichung. (2 Punkte)

(c) Welcher Zusammenhang ergibt sich zwischen der elektrischen Stromdichte $\vec{j} = -ne\vec{v}$ und der elektrischen Feldstärke $\vec{E}$ bei der Annahme einer konstanten Feldstärke? Geben Sie eine Formel für die Leitfähigkeit σ an. Vergleichen Sie das Ergebnis mit dem stationären Fall aus Teilaufgabe a) und definieren Sie eine Driftgeschwindigkeit. (1 Punkt)

(d) Berechnen Sie analog zum Teil c) die Lösung der Bewegungsgleichung für ein periodisches elektrisches Feld ($\vec{E} = \vec{E}_0 e^{-i\omega t}$). Bestimmen Sie damit die komplexe Leitfähigkeit σ. (1 Punkt)