UNIVERSITÄT KONSTANZ
Fachbereich Physik
Prof. Dr. Georg Maret (Experimentalphysik)
Raum P 1009, Tel. (07531)88-4151
E-mail: Georg.Maret@uni-konstanz.de
Prof. Dr. Matthias Fuchs (Theoretische Physik)
Raum P 907, Tel. (07531)88-4678
E-mail: matthias.fuchs@uni-konstanz.de

Übungen zur Physik III: Integrierter Kurs
Wintersemester 2004/2005

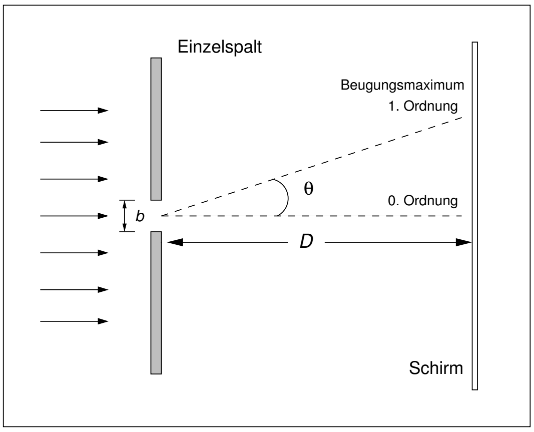
Übungsblatt 5, Ausgabe 23.11.2004, abzugeben bis 30.11.2004
Besprechung in den Übungen in der 7. Semesterwoche (1.–3. Dezember)

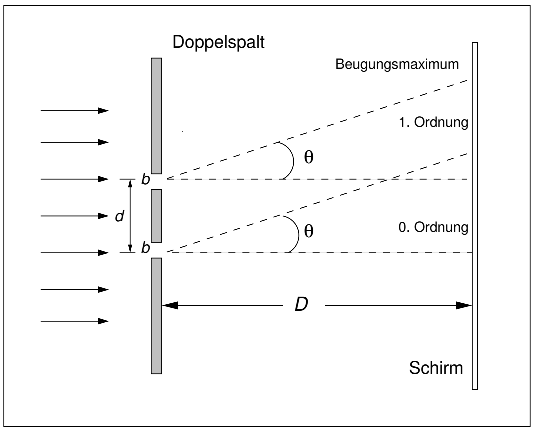
21. **Beugung am breiten Spalt; (8 Punkte)**

   a) Einzelspalt
   Erklären Sie qualitativ, wie man die Intensitätsverteilung $I(q)$ bei der Beugung am breiten Spalt erklären und herleiten kann. Geben Sie die Funktion der Intensitätsverteilung $I(q)$ unter Verwendung der Spaltbreite b, der Wellenlänge λ der einfallenden Strahlung mit der Intensität I_o sowie des Abstrahlungswinkels q an. Diskutieren Sie durch Skizzieren verschiedener Intensitätsverteilungen die Auswirkung der Spaltbreite b auf das Beugungsbild. Versuchen Sie die Lage des Intensitätsminimums anschaulich und mit dem Ansatz der Betrachtung des Gangunterschiedes zweier Teilwellen herzuleiten. Zum quantitativen Verständnis der Beugung am breiten Spalt berechnen Sie die Strahlaufweitung bei Auftreffen eines parallelen Lichtbündels der Wellenlänge $560nm$ auf einen Spalt der Breite $b = 0,5mm$ und $b = 10mm$ in einem Abstand d von $2m$ von dem Spalt. (3 Punkte)

   b) Beugung am breiten Mehrfach-Spalt
   Geben Sie die Intensitätsverteilung $I(q)$ der Beugung am breiten Mehrfachspalt an $I(q)$ unter Verwendung der Spaltbreite b und des Abstandes d zwischen zwei benachbarten Spalten, der Wellenlänge λ der einfallenden Strahlung mit der Intensität I_o sowie des Abstrahlungswinkels q an. Zeichnen Sie das Beugungsbild und die dazugehörige Einhüllende und diskutieren Sie die Lage der Maxima anhand der entsprechenden Bestimmungsgleichungen. Wie wirkt sich b und d (Abstand zwischen zwei Spalten) auf das Beugungsbild aus? (3 Punkte)

   c) Auflösungsvermögen von 2 Lichtquellen im Fernrohr
   Besprechen Sie qualitativ das Auflösungsvermögen von 2 Lichtquellen im Fernrohr. Wodurch wird das Auflösungsvermögen des Fernrohrs am wesentlichsten beeinflusst. Geben Sie die wichtigste Bestimmungsgleichung des kleinsten auflösbaren Winkelabstandes d_min des Fernrohrs an (Literaturrecherche) und besprechen Sie ihn kurz qualitativ. (2 Punkte)





22. **Fresnelsche Linsen; (8 Punkte)**

a) Erklärung der Fresnelschen Zonen
Wie sieht die Fresnelbeugung in der Nahzone aus? Leiten Sie E-Feldstärke für unterschiedliche Zonen m her. Verwenden Sie dabei die angegebene Abbildung. Vergleichen Sie die Fresnelbeugung mit der Fraunhofer Beugung. (3 Punkte)

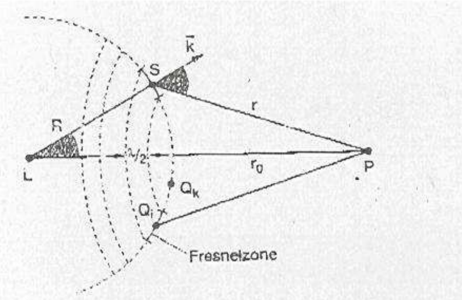


Abb. 10.40. Zur Konstruktion der Fresnelzonen

b) Berechnung einer Fresnelschen Zonenplatte
Wie lassen sich die Abstände und Breiten der Zonenplatten berechnen? Wo liegt der Brennpunkt einer Fresnel-Linse? (3 Punkte)

c) Fresnel Linsen in der Anwendung
Welche Nachteile haben klass. Fresnelsche Zonenlinsen? Welche Anwendungen gibt es für Fresnellinsen? Geben Sie bitte mehrere an. Besprechen Sie kurz den Einsatz der Fresnellinse im Overhead-Projektor als eine Anwendung. (2Punkte)

23. **Goos-Hänchen Effekt; (12 Punkte)**
Ein Lichtstrahl, der wegen Totalreflexion an der Grenzfläche zu einem optisch dünneren Material reflektiert wird, ist etwas seitlich versetzt; siehe Figur 1. Dies wurde von Newton vorhergesagt und 1947 von Goos und Hänchen experimentell an einer Flintglasplatte nachgewiesen.

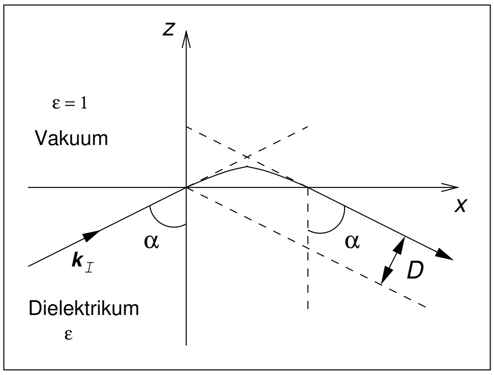
a) Rekapitulieren Sie mit §1.5.3.5 der Vorlesung und Aufgabe 15, dass für den Fall der Totalreflexion ebener monochromatischer Wellen (d.h. die einfallende Welle lautet

$$\mathbf{E}_\mathrm{I}(\mathbf{r},t) = E_\mathrm{I}\,\hat{\mathbf{y}}\,e^{i(\omega t - k_\mathrm{I}^x x - k_\mathrm{I}^z z)}$$

mit Polarisationsamplitude E_I und Normal- und Parallelkomponente des Wellen- vektors $\mathbf{k}$) der Reflexionsamplitudenkoeffizient lautet

$$R = e^{-2i\psi} \quad \text{mit} \quad \tan\psi = K/k_\mathrm{I}^z$$

wobei $K = |\mathbf{k}_\mathrm{I}|\sqrt{\sin^2\alpha - n^2}$ und α der Einfallswinkel ist, mit $\tan\alpha = k_\mathrm{I}^x/k_\mathrm{I}^z$;



die Einfallsebene ist die x,z-Ebene mit der Grenzfläche bei $z=0$.
Was war die Bedeutung von K? (1 Punkt)

b) Ein Wellenpaket, sei gegeben durch

$$\mathbf{E}_\mathrm{I}(\mathbf{r},t) = \hat{\mathbf{y}} \int \frac{dq}{2\pi}\, E_\mathrm{I}(q)\, e^{i\{\omega t - (k_\mathrm{o}^x + q^x)x - (k_\mathrm{o}^z + q^z)z\}}$$

wobei $q^x = -\,q\cos\alpha_\mathrm{o}$, $q^z = q\sin\alpha_\mathrm{o}$, $\mathbf{k}_\mathrm{I} = \mathbf{k}_\mathrm{o} + \mathbf{q}$ und $\tan\alpha_\mathrm{o} = k_\mathrm{o}^x/k_\mathrm{o}^z$.
(Bemerkung: $\mathbf{k}_\mathrm{o}\cdot\mathbf{q} = 0$).

i. Damit $\mathbf{E}_\mathrm{I}(\mathbf{r},t)$ die Maxwellgleichungen im Dielektrikum erfüllt, muss es transversal sein und die Wellengleichung erfüllen. Verifizieren Sie dies, und bestimmen Sie die Dispersionsrelation. Wie lautet das zugehörige $\mathbf{B}_\mathrm{I}(\mathbf{r},t)$ Feld? (2 Punkte)

ii. Nehmen Sie an, dass $E_\mathrm{I}(q) \approx 0$ f
ür $|\mathbf{q}| > q_*$ gilt, und $q_* \ll |\mathbf{k}_\mathrm{o}|$ ist. Welche Frequenzen treten dann im Wellenpaket auf?
Was folgt für $\mathbf{B}_\mathrm{I}$ mit derselben Näherung? (1 Punkt)

iii. Nehmen Sie eine Gaußsche Verteilung an,

$$E_\mathrm{I}(q) \quad\propto\quad e^{-\frac{1}{2}(q/q_*)^2}$$

Welche Breite hat dann $\mathbf{E}_\mathrm{I}$ entlang der Richtung von $\mathbf{k}_\mathrm{o}$ und welche senkrecht zu $\mathbf{k}_\mathrm{o}$? *Hinweis*: Ersetzen Sie x,z durch neue Koordinaten parallel und senkrecht zu $\mathbf{k}_\mathrm{o}$ (2 Punkte)

c) Das Wellenpaket von Teilaufgabe b) falle unter dem Winkel $\alpha_\mathrm{o} > \alpha_\mathrm{G}$ auf eine Grenzfläche zu einem optisch dünneren Medium und werde totalreflektiert. Stellen Sie unter Verwendung von Teilaufgabe b (ii) das reflektierte Wellenpaket auf. Wie lautet $\psi(k_\mathrm{o},q,\alpha_\mathrm{o})$? (2 Punkte)

d) Zeigen Sie dass eine Taylor-Entwicklung von

$$\psi(k_\mathrm{o},q,\alpha_\mathrm{o}) \approx \psi_0 + d\,q + \mathcal{O}(q^2)$$

ergibt, dass das reflektierte Wellenpaket um den Abstand $D = 2\,d$ verschoben ist.
Hinweis: Verwenden Sie für das Wellenpaket geeignete Koordinaten wie in Teilaufgabe b (iii). (2 Punkte)

e) Wie variiert $D(\alpha_\text{o})$? Welche Näherung bricht zusammen wenn $\alpha_\text{o} \to \alpha_\text{G}$? (2 Punkte)

24. **Greensche Funktion der Elektrostatik; (6 Punkte)**

a) In der Elektrostatik interessiert man sich für das (zeitunabhängige) elektrische Feld $\mathbf{E}(\mathbf{r})$ bei gegebenen Ladungsverteilungen $\rho(\mathbf{r})$.
Zeigen Sie, dass im Vakuum das elektrostatische Potential $\phi(\mathbf{r})$, aus dem das E-Feld sich über $\mathbf{E} = -\nabla\phi$ ergibt, die Poissonsche Gleichung erfüllt:

$$\nabla^2\phi(\mathbf{r}) = -\rho(\mathbf{r})/\epsilon_0 \tag{1}$$

Bestimmen Sie die Greensche Funktion $G(\mathbf{r}, \mathbf{r}')$, mit der die Lösung von GL (1) lautet

$$\phi(\mathbf{r}) = \int d^3r'\, G(\mathbf{r}, \mathbf{r}')\, \rho(\mathbf{r}')$$

Wie interpretieren Sie das Ergebnis?
Hinweis: Verwenden Sie die aus der Vorlesung bekannte Greensche Funktion der Helmholtzgleichung. (1 Punkt)

b) Greensche Funktionen hängen von den Randbedingungen ab. Am Beispiel des elektrischen Potentials einer Ladungsverteilung vor einer Metallplatte (die in $z \leq 0$ liegt) kann dies mit der Methode der Spiegelladungen leicht gezeigt werden.

i. Das elektrische Feld $\mathbf{E}$ in einem idealen Leiter erfüllt $\mathbf{E} \equiv 0$ und an der Leiteroberfläche springt die Normalkomponente von $\mathbf{D}$ um die Oberflächenladungsdichte ρ_F. Wie gerichtet ist also $\mathbf{E}$ auf der Leiteroberfläche $z = 0$? (1 Punkt)

ii. Verwenden Sie dies, um zu zeigen, dass das Feld einer Punktladung q im Abstand $z_\text{o} > 0$ vor dem Metall so lautet, als ob im Abstand $-z_\text{o}$ hinter der Metalloberfläche eine Spiegelladung $-q$ säße.
(2 Punkte)

iii. Wie lautet also für $z > 0$ die Greensche Funktion vor einem idealen Leiter (der den Halbraum $z \leq 0$ ausfüllt)? *Hinweis:* Verwenden Sie, dass das Potential am Ort $\mathbf{r}$ einer Punktladung q, die bei $\mathbf{r}_\text{o}$ sitzt, gegeben ist durch

$$\phi(\mathbf{r}) = -\frac{q}{\varepsilon_\text{o}}\, G(\mathbf{r}, \mathbf{r}')$$

(1 Punkt)

iv. Welche Randbedingung erfüllt $G(\mathbf{r}, \mathbf{r}')$ bei $z = 0$? (1 Punkt)