UNIVERSITÄT KONSTANZ
Fachbereich Physik
Prof. Dr. Georg Maret (Experimentalphysik)
Raum P 1009, Tel. (07531)88-4151
E-mail: Georg.Maret@uni-konstanz.de
Prof. Dr. Matthias Fuchs (Theoretische Physik)
Raum P 907, Tel. (07531)88-4678
E-mail: matthias.fuchs@uni-konstanz.de

Übungen zur Physik III: Integrierter Kurs
Wintersemester 2004/2005

Übungsblatt 3, Ausgabe 09.11.2004, abzugeben bis 16.11.2004
Besprechung in den Übungen in der 5. Semesterwoche (17.-19. Nov.)

13. **(Doppelbrechung; 6 Punkte)**

a) **Induzierte Doppelbrechung - Kerr-Effekt**
Zwischen zwei gekreuzten und um 45° gegen die optische Achse verkippten Polarisatoren ist eine Kerr-Zelle angebracht. Welche Spannung (senkrecht zur Strahlrichtung) muss an die beiden Elektroden angelegt werden, um mit einem Detektor hinter dem System maximale Intensität messen zu können, wenn das System durchleuchtet wird und die Kerr-Zelle mit Nitrobenzol gefüllt ist?
Kerr-Zelle: Länge 5 cm, Höhe (= Abstand der Elektroden) 3 mm.
Kerr-Koeffizient Nitrobenzol (bei 546 nm): $2,44 \cdot 10^{-12} \frac{m}{V^2}$ (2 Punkte)

b) **LCD-Display und optische Diode**
Welche Anforderungen sind an Flüssigkristall-Displays zu stellen? Vergleichen Sie die Resultate mit der Schaltspannung aus a). Was ändert sich, wenn hinter dem Polarisationsfilter (an die Stelle des Detektors) ein Spiegel gebracht wird? Ersetzen Sie die Kerr-Zelle durch eine magnetooptische Substanz (Faraday-Effekt) und konstruieren Sie eine optische Diode. (2 Punkte)

c) **Optische Aktivität (zirkulare Doppelbrechung)**
Die Kerr-Zelle aus a) wird nun mit Wasser gefüllt. Darin wird Traubenzucker (D-Glucose) im Verhältnis 1:100 gelöst. Welche Intensität wird bei Durchleuchten des Systems am Detektor gemessen?
D-Glucose in $H_20(1:100) : \gamma(20°C; 589nm) = 0,525 \frac{Grad}{mm}$. Mit diesem Verfahren kann der Dextrose-Gehalt z.B. in Wein bestimmt werden. (2 Punkte)

14. **(Linse mit Brechungsindexgradient; 8 Punkte)**
Eine Scheibe der Dicke d (in z-Richtung = Hauptachse), die einen ortsabhängigen Brechungsindex $n(x, y) = n_2 - \alpha(x^2 + y^2)$ besitzt ($n_2, \alpha = const.$)., soll als Linse eingesetzt werden.
Konstruieren Sie nach dem Fermat'schen Prinzip den Strahlengang, um zu zeigen, dass diese Linse in paraxialer Näherung eine Sammellinse der Brennweite $f = \frac{1}{2d\alpha}$ ist.

15. **(Fresnel'sche Formeln für senkrechte Polarisation; 9 Punkte)**
Gesucht ist der Reflexions- und Transmissionskoeffizient für die Beugung an der Grenzfläche zweier optischer Medien mit den Brechungsindizes n_1 und n_2. Das elektrische Feld sei senkrecht zur Einfallsebene polarisiert. Der Einfallswinkel (in Medium 1) sei α, der Beugungswinkel (in Medium 2) sei β.

a) Die einfallende Welle ist gegeben durch

$$\mathbf{E}_\mathrm{I}(\mathbf{r},t) = \begin{pmatrix} 0 \\ E_\mathrm{I}^y \\ 0 \end{pmatrix} \mathrm{e}^{\mathrm{i}[\omega t-(k_\mathrm{I}^x x+k_\mathrm{I}^z z)]}$$

Verwenden Sie für die reflektierte und die transmittierte Welle zunächst den allgemeinen Ansatz

$$\mathbf{E}_\mathrm{R}(\mathbf{r},t) = \begin{pmatrix} E_\mathrm{R}^x \\ E_\mathrm{R}^y \\ E_\mathrm{R}^z \end{pmatrix} \mathrm{e}^{\mathrm{i}[\omega t-(k_\mathrm{I}^x x-k_\mathrm{I}^z z)]}\ , \quad \mathbf{E}_\mathrm{T}(\mathbf{r},t) = \begin{pmatrix} E_\mathrm{T}^x \\ E_\mathrm{T}^y \\ E_\mathrm{T}^z \end{pmatrix} \mathrm{e}^{\mathrm{i}[\omega t-(k_2^x x+k_2^z z)]}$$

und zeigen Sie, dass $E_\mathrm{R}^x = E_\mathrm{R}^z = E_\mathrm{T}^x = E_\mathrm{T}^z = 0$ gilt. Verwenden Sie hierzu die Stetigkeitsbedingungen für $\boldsymbol{E}$ an einer ungeladenen Grenzfläche und beachten Sie, dass die Wellen außerdem die Maxwell-Gleichung $\operatorname{div} \boldsymbol{E} = 0$ erfüllen müssen.

Hinweis: Sie erhalten ein homogenes Gleichungssystem für E_R^x, E_R^z, E_T^x und E_T^z. Wie lautet die Lösung dieses Gleichungssystems? (2 Punkte)

b) Bestimmen Sie mit Hilfe der Stetigkeitsbedingungen für $\boldsymbol{B}$ den Reflexionskoeffizienten $R = E_\mathrm{R}/E_\mathrm{I}$ und den Transmissionskoeffizienten $T = E_\mathrm{T}/E_\mathrm{I}$. (3 Punkte)

c) Diskutieren Sie R in Abhängigkeit vom Einfallswinkel α für $n_2 > n_1$. (1 Punkt)

d) Diskutieren Sie R in Abhängigkeit vom Einfallswinkel α für $n_2 < n_1$. Was passiert für Einfallswinkel $\alpha > \alpha_\mathrm{G}$, wobei α_G der Grenzwinkel der Totalreflexion ist? In diesem Fall lässt sich der Reflexionskoeffizient in der Form $R = \mathrm{e}^{-2\mathrm{i}\psi}$ schreiben (warum?). Bestimmen Sie die Phase ψ. Wie lässt sich die Beziehung $R = \mathrm{e}^{-2\mathrm{i}\psi}$ physikalisch interpretieren im Hinblick auf die Felder E_I und E_R? Macht die Bezeichnung „Totalreflexion" Sinn? (3 Punkte)

16. **(Elektromagnetische Wellen in Ohm'schen Leitern; 10 Punkte)**
Für einen elektrischen Leiter mit der Leitfähigkeit σ gelte das Ohm'sche Gesetz $\boldsymbol{j} = \sigma \boldsymbol{E}$. Außerdem gelten die konstituierenden Gleichungen $\boldsymbol{D} = \epsilon\epsilon_0 \boldsymbol{E}$ und $\boldsymbol{H} = \mu_0^{-1} \boldsymbol{B}$ ($\mu = 1$).

a) Zur Zeit $t = 0$ sei im Leiter eine Ladungsverteilung $\rho_0(\boldsymbol{r})$ vorhanden. Bestimmen Sie mit Hilfe der Maxwell-Gleichungen die zeitliche Entwicklung von $\rho(\boldsymbol{r}, t)$. Was ist die charakteristische Zeitskala τ, so dass für $t \gg \tau$ die Näherung $\rho = 0$ gilt, und was folgt im Grenzfall des idealen Leiters ($\sigma \to \infty$)? Was gilt insbesondere im Fall $\rho_0(\boldsymbol{r}) = 0$?

(1 Punkt)

b) Leiten Sie aus den Maxwell-Gleichungen je eine geschlossene Gleichung für die Felder $\boldsymbol{E}$ und $\boldsymbol{B}$ in einem ungeladenen Ohm'schen Metall ab. (Welche Gleichung erhalten Sie im Grenzfall $\sigma \to 0$?)

Hinweis: Verwenden Sie die Identität $\operatorname{rot}(\operatorname{rot} \boldsymbol{A}) = \operatorname{grad}(\operatorname{div} \boldsymbol{A}) - \Delta \boldsymbol{A}$. (2 Punkte)

c) Verwenden Sie als Lösungsansatz ebene, monochromatische Wellen: $\boldsymbol{E}(\boldsymbol{r}, t) = \boldsymbol{E}_0 \mathrm{e}^{\mathrm{i}(\omega t - \boldsymbol{k}\cdot\boldsymbol{r})}$. Was folgt damit als Lösbarkeitsbedingung oder Dispersionsrelation? Bestimmen Sie daraus den komplexen Brechungsindex $n' = n(1 - \mathrm{i}\kappa)$ mit $n, \kappa \in \mathbb{R}$, der definiert ist durch $k = (\omega/c)n'$. Wie tief kann demnach eine elektromagnetische Welle in einen guten Ohm'schen Leiter eindringen?(3 Punkte)

d) Betrachten Sie den Fall, dass eine ebene, monochromatische Welle aus dem Vakuum senkrecht auf die Leiteroberfläche trifft. In der Vorlesung wurde für die zeitlich gemittelte Energiestromdichte einer monochromatischen Welle im Vakuum die Beziehung $\langle \boldsymbol{S} \rangle = (\epsilon_0 c^2/2)\,\mathrm{Re}\{\boldsymbol{E}^* \times \boldsymbol{B}\}$ hergeleitet. Bestimmen Sie damit den Reflexionskoeffizienten $r = -\langle S_\mathrm{R} \rangle / \langle S_\mathrm{I} \rangle$ (wobei $S = \boldsymbol{S} \cdot \boldsymbol{e}_z$).

   Hinweis: Verwenden Sie die Stetigkeitsbedingungen für $\boldsymbol{E}$ und $\boldsymbol{B}$ an Grenzflächen ohne Oberflächenladungen und -ströme. (2 Punkte)

e) Gehen Sie nun über zum idealen Metall, das durch $\sigma \to \infty$ charakterisiert ist. Was folgt für den Reflexionskoeffizienten? Was lässt sich über die Felder $\boldsymbol{E}$ und $\boldsymbol{B}$ direkt an der Metalloberfläche aussagen? Was folgt aus dem Verhalten von $\boldsymbol{B}$ für die Stromdichte? (2 Punkte)