UNIVERSITÄT KONSTANZ
Fachbereich Physik
Prof. Dr. Georg Maret (Experimentalphysik)
Raum P 1009, Tel. (07531)88-4151
E-mail: Georg.Maret@uni-konstanz.de
Prof. Dr. Matthias Fuchs (Theoretische Physik)
Raum P 907, Tel. (07531)88-4678
E-mail: matthias.fuchs@uni-konstanz.de

Übungen zur Physik III: Integrierter Kurs
Wintersemester 2004/2005

Übungsblatt 1, Ausgabe 26.10.2004, abzugeben bis 2.11.2004
Besprechung in den Übungen in der 2. Semesterwoche (3.–5. Nov.)

5. **(Elliptische Polarisation und Polarisationsfilter; 6 Punkte)**
Betrachten Sie die Überlagerung $\mathbf{E}(z,t) = \mathbf{E}_1(z,t) + \mathbf{E}_2(z,t)$ zweier Teilwellen

$$\begin{aligned} \mathbf{E}_1 &= (E_0,0,0)\cos(kz-\omega t) \\ \text{und} \qquad \mathbf{E}_2 &= (0,E_0,0)\cos(kz-\omega t+\phi) \end{aligned}$$

mit gleicher Amplitude E_0 und gleicher Ausbreitungsrichtung $\mathbf{k} = (0,0,k)$ aber beliebiger Phasenverschiebung ϕ.

a) Skizzieren Sie die Trajektorie des Polarisationsvektors $(E_x(t), E_y(t), 0)$ in der $(x,y,0)$-Ebene für alle $\phi \epsilon \{0, \frac{\pi}{8}, \frac{\pi}{4}, \frac{\pi}{2}\}$. Um welchen Winkel α ist die Hauptachse der resultierenden Ellipse gegen die x-Achse gedreht? (2 Punkte)

b) Die Welle falle auf einen Polarisationsfilter, dessen Durchlassrichtung um den Winkel θ gegen die x-Achse gedreht ist. Berechnen Sie das elektrische Feld hinter den Polarisationsfiltern $\mathbf{E}_{res}(z,t)$ in Abhängigkeit von ϕ und θ. Für welchen Winkel θ_{min} bzw. θ_{max} wird der zeitliche Mittelwert des Amplitudenquadrates extremal?(2 Punkte)

c) Für den Fall $\phi = \frac{\pi}{2}$ (zirkular polarisiertes Licht) falle die Welle auf zwei hintereinander liegende Polarisationsfilter P_1 und P_2 mit $\theta_1 = 0$ und $\theta_2 = \frac{\pi}{2}$. Geben Sie die Amplitude der resultierenden Welle an. Berechnen Sie das zeitliche Mittel des Amplitudenquadrates der resultierenden Welle, wenn zusätzlich zwischen P_1 und P_2 der Polarisationsfilter P_3 mit $\theta_3 = \frac{\pi}{4}$ gestellt wird. (2 Punkte)

6. **(Ein paar Abschätzungen zur Sonne; 6 Punkte)**

a) Berechnen Sie aus der Energiestromdichte der Sonnenstrahlung auf die Erde, S, die Stärke des elektrischen und magnetischen Feldes der Lichtwelle (Absorption und Reflexion an der Atmosphäre seien vernachlässigt). Wie gross ist die gesamte von der Sonne abgestrahlte Leistung? Wie gross ist die elektrische Feldstärke auf der Sonnenoberfläche? (3 Punkte)

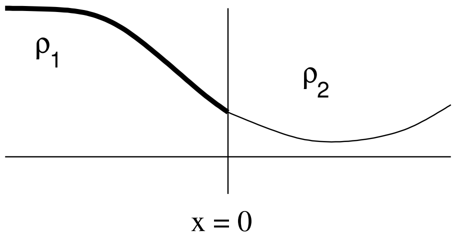
b) Wie gross ist die Anzahl der Photonen die pro Quadratmeter von der Sonne auf die Erde trifft? Was für einen Strahlungsdruck haben diese Photonen zur Folge? Kann es sein, dass der Strahlungsdruck der Sonne ihre Gravitation überwiegt bei einem Teilchen mit Radius r, bei einer Folie konstanter Dicke d und Oberfläche A welche senkrecht zur Strahlungsrichtung steht? Hängt dies vom Abstand von der Sonne ab? (3 Punkte)

Benötigte Konstanten:

- Solarkonstante: $S = 1.4 * 10^3 W/m^2$
- durchschnittliche Wellenlänge des Lichtes von der Sonne: $\lambda \simeq 500nm$
- Sonnenradius: $R = 7 * 10^5 km$
- Abstand Erde-Sonne: $a = 1.5 * 10^8 km$
- Planck'sche Konstante: $h = 6.63 * 10^{-34} Js$
- Lichtgeschwindigkeit: $c = 3 * 10^8 m/s$
- Dichte des Materials als numerisches Beispiel: $\rho = 10^3 kg/m^3$
- Gravitationskonstante: $G = 6.67 * 10^{-11} Nm^2/kg^2$
- Sonnenmasse: $M = 2 * 10^{30} kg$
- Vakuum Permittivität: $\varepsilon_0 = 8.85 * 10^{-12} As/Vm$

7. **(Seilwellen II: Reflexion und Transmission; 10 Punkte)**
Ein unendlich langes Seil bestehe aus zwei Teilstücken mit unterschiedlichen Massen pro Länge ρ_1, ρ_2. Die Spannung σ sei konstant. Die Auslenkung $y(x,t)$ gehorcht den Wellengleichungen

$$\begin{aligned} \sigma \frac{\partial^2 y}{\partial x^2} &= \rho_1 \frac{\partial^2 y}{\partial t^2} \quad (x < 0) \\ \sigma \frac{\partial^2 y}{\partial x^2} &= \rho_2 \frac{\partial^2 y}{\partial t^2} \quad (x > 0) \end{aligned}$$



a) Ein beliebiges Wellenpaket $f_I(x - c_1 t)$ endlicher Ausdehnung (d.h. $f(\varphi) \to 0$ für $|\varphi| \to \infty$) läuft von $x < 0$ auf $x = 0$ zu und wird teilweise reflektiert und transmittiert. Was ist c_1? Wie lautet der Ansatz für die Auslenkung $y(x,t)$ für $x < 0$ und für $x > 0$? (1 Punkt)

b) Mit den Randbedingungen aus Aufgabe 1 (0tes Blatt), die $y(x,t)$ bei $x = 0$ erfüllen muss, und durch geschicktes Integrieren folgt ein Gleichungssystem für die unbekannten Wellenpakete f_I, f_R und f_T. Wie lautet es? (1 Punkt)

c) Zeigen Sie $f_T = T\, f_I$ und $f_R = R\, f_I$, und bestimmen und diskutieren Sie Reflexionskoeffizient R und Transmissionskoeffizient T. (2 Punkte)

d) Die Energie U, die in einem Stück des Seils der Länge L mit konstanter Massendichte ρ gespeichert ist, ergibt sich aus der Energiedichte $u(x,t)$ durch das Integral

$$U/A = \int_L dx\, u(x,t) \qquad \text{mit} \;\; u = \frac{\rho}{2}\Big(\frac{\partial y}{\partial t}\Big)^2 + \frac{\sigma}{2}\Big(\frac{\partial y}{\partial x}\Big)^2 ,$$

mit A der Seilquerschnittfläche. Begründen Sie beide Terme anschaulich, und bestimmen Sie die Energie U/A gespeichert im gesamten Seil ausgedrückt durch die

fs für die Wellenpakete von Teilaufgabe (a).
Hinweis: Betrachten Sie für den zweiten Term die Arbeit (Kraft $\times$ Weg), die benötigt wird, um ein Seil bei konstanter Spannung σ auszulenken. Denken Sie dabei an die Differenz zwischen einem Linienelement ds des ausgelenkten Seils und dx des Seils in der Ruhelage. Verwenden Sie weiterhin $\mid \frac{\partial y}{\partial x} \mid \ll 1$. (1 Punkt)

e) Leiten Sie den Energieerhaltungssatz ab:

$$\frac{\partial}{\partial t} u + \frac{\partial}{\partial x} s = 0\,.$$

Wie lautet die Energiestromdichte s? (1 Punkt)

f) Ist s stetig am Punkt $x = 0$, wo ρ springt? Und wie lautet der über die Wellenpakete integrierte Energiestrom $S = \int dx s(x,t)$ ausgedrückt durch die fs? (1 Punkt)

g) Die Impulsdichte p/A pro Querschnittfläche einer Welle auf einem Seil mit konstanter Massendichte lautet:

$$p/A = -\rho \frac{\partial y}{\partial t} \frac{\partial y}{\partial x}\,.$$

Begründen Sie dies durch Betrachtung der Geschwindigkeit in x–Richtung eines Teilchens (mit infinitesimaler Masse), welches ohne Reibung auf dem Seil gleitet. Wie lautet der gesamte Impuls $P = \int dx p(x,t)$ der Wellenpakete von Teilaufgabe (a)? (1 Punkt)

h) Beweisen Sie den Impulserhaltungssatz:

$$\frac{\partial}{\partial t} p + \frac{\partial}{\partial x} t = 0\,.$$

Wie lautet der Spannungstensor t? (1 Punkt)

i) Welcher Zusammenhang besteht zwischen den Größen U, S und P? (1 Punkt)

8. **(Impulsdichte elektromagnetischer Felder; 4 Punkte)**
Aus der Betrachtung der Kräfte, die elektromagnetische Felder auf Ladungen ausüben, kann mit dem actio=reactio Prinzip die Impulsdichte $\mathbf{p}$ der elektromagnetischen Felder gefunden werden.
Zur Vereinfachung der Rechnung soll im Vakuum gerechnet werden, und das zu betrachtende Volumen V den gesamten R^3 einnehmen, so dass Randterme wegen des Verschwinden der Felder im Unendlichen, z.B. $\mathbf{E}(|\mathbf{r}| \to \infty) \to 0$, vernachlässigt werden können.

a) Bestimmen Sie $\mathbf{p}$ in Analogie zur Ableitung der Energiedichte u in der Vorlesung.
Hinweis: Zeigen und verwenden Sie

$$0 = \int d^3x \left[\frac{1}{\mu_0}(\nabla \cdot \mathbf{B})\mathbf{B} + \epsilon_0 (\nabla \times \mathbf{E} + \dot{\mathbf{B}}) \times \mathbf{E}\right]$$

$$\left[\mathbf{A}(\nabla \cdot \mathbf{A}) - \mathbf{A} \times (\nabla \times \mathbf{A})\right] = \nabla \cdot (\mathbf{A}\mathbf{A}) - \frac{1}{2}\nabla(A^2),$$ (2 Punkte)

wobei $\mathbf{A}$ für $\mathbf{E}$ oder $\mathbf{B}$ steht. $\mathbf{AA}$ ist das Tensorprodukt.

b) Berechnen Sie die Energiedichten $u_\pm$, Impulsdichten $\mathbf{p}_\pm$ und Poyntingvektoren $\mathbf{S}_\pm$ für eine ebene zirkularpolarisierte monochromatische Welle, die sich im Vakuum in Richtung $\mathbf{n}$ mit der Frequenz ω ausbreitet.

Hinweis: Verwenden Sie die folgende Darstellung einer rechts (+) oder links (-) zirkular polarisierten Welle:

$$\mathbf{E}_\pm(\mathbf{r},t) = \mathrm{Re}\left\{\, a_\pm\; \mathbf{e}_\pm\; e^{i(\mathbf{kr}-\omega t)}\right\}$$

wobei $a_\pm$ konstante reelle Amplitudenfaktoren sind, $\mathbf{e}_\pm = (\mathbf{e}_1 \pm i\,\mathbf{e}_2)\frac{1}{\sqrt{2}}$ und die Einheitsvektoren $\mathbf{e}_1, \mathbf{e}_2$ ($\mathbf{e}_1 \cdot \mathbf{e}_2 = 0$) auf $\mathbf{n}$ senkrecht stehen. Bestimmen Sie zuerst die zugehörigen Magnetfelder $\mathbf{B}_\pm$. (2 Punkte)