

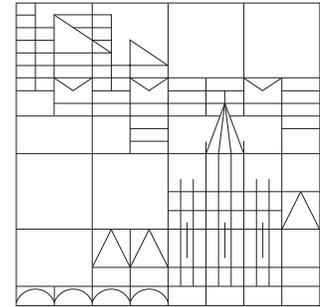
UNIVERSITÄT KONSTANZ

Fachbereich Physik

Prof. Dr. Guido Burkard

Dr. Andrey Moskalenko

<https://theorie.physik.uni-konstanz.de/burkard/teaching/16S-QI>



Quanteninformationstheorie

Sommersemester 2016 - Übungsblatt 4

Ausgabe: 9.05.2016, Abgabe: 17.05.2016, Übungen: 19./20.05.2016

Abgabe am Dienstag 17.05. in der Zeit 10:00-12:00 und 14:00-18:00 in P806 oder P802!!!

Aufgabe 15 : Die Blochkugel

Die Dichtematrix eines Zweizustandsystems kann wie bekannt immer als $\rho = (\mathbb{1} + \mathbf{p} \cdot \boldsymbol{\sigma})/2$ geschrieben werden.

- (1 Punkt) Berechnen Sie für einen beliebigen Vektor \mathbf{n} den Erwartungswert $\langle \mathbf{n} \cdot \boldsymbol{\sigma} \rangle$.
- (2 Punkte) Berechnen Sie die Eigenwerte von ρ und die dazugehörigen Eigenvektoren.
- (2 Punkte) Ein reiner Zustand sei durch

$$|\theta, \varphi\rangle = \begin{pmatrix} e^{-i\varphi/2} \cos \theta/2 \\ e^{i\varphi/2} \sin \theta/2 \end{pmatrix}$$

gegeben. Berechnen Sie auch hier die Eigenwerte und Eigenvektoren von $\rho = |\theta, \varphi\rangle \langle \theta, \varphi|$. Was ist \mathbf{p} für diesen Zustand?

Aufgabe 16 : Die reduzierte Dichtematrix

Gegeben ist ein aus zwei Teilen bestehender (bipartiter) Hilbertraum, $\mathcal{H} = \mathcal{H}_A \otimes \mathcal{H}_B$ und ein Zustand ρ .

- (3 Punkte) Zeigen Sie explizit, dass die reduzierte Dichtematrix, $\rho_A = \text{Tr}_B \rho$, die folgenden Eigenschaften hat:

- ρ_A ist positiv semidefinit.
- $\text{Tr} \rho_A = 1$.
- $\rho_A^\dagger = \rho_A$.

- (2 Punkte) Betrachten Sie jetzt ein Zweiqubitsystem mit $|ab\rangle = |a\rangle_A \otimes |b\rangle_B$. Gegeben sei der Zustand

$$|\varphi\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}} (|00\rangle + \sin \varphi |10\rangle + \cos \varphi |11\rangle).$$

Betrachten Sie den reinen Zustand $\rho = |\varphi\rangle \langle \varphi|$ und berechnen Sie ρ_A und ρ_B .

- (3 Punkte) Verwenden Sie das Ergebnis aus b) und finden Sie die Schmidt-Zerlegung des Zustands $|\varphi\rangle$. Überprüfen Sie das Ergebnis!

Aufgabe 17 : POVM (3 Punkte)

Gegeben sind vier Operatoren,

$$F_1 = \frac{1}{2} |\uparrow_z\rangle \langle \uparrow_z|, \quad F_2 = \frac{1}{2} |\downarrow_z\rangle \langle \downarrow_z|, \quad F_3 = \frac{1}{2} |\uparrow_x\rangle \langle \uparrow_x|, \quad F_4 = \frac{1}{2} |\downarrow_x\rangle \langle \downarrow_x|.$$

Zeigen Sie, dass diese POVM als eine orthogonale Messung in einem Zweiqubitsystem unter der Einführung eines weiteren Spins (Hilfs- oder Ancilla-Spin genannt) realisiert werden kann.