

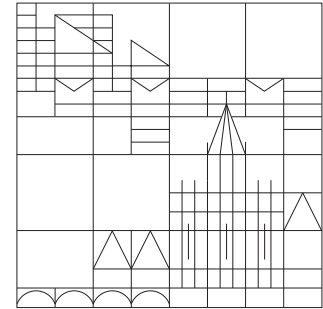
UNIVERSITÄT KONSTANZ

Fachbereich Physik

Prof. Dr. Guido Burkard

Dr. Andrey Moskalenko

<https://theorie.physik.uni-konstanz.de/burkard/teaching/16S-QI>



Quanteninformationstheorie

Sommersemester 2016 - Übungsblatt 2

Ausgabe: 25.04.2016, Abgabe: 2.05.2016, Übungen: 6.05.2016

Aufgabe 8 : Kapazität

Berechnen Sie die Kapazität des symmetrischen binären Kanals, definiert durch $X = Y = \{0, 1\}$ und die bedingte Wahrscheinlichkeit $p(y|x)$ mit

$$p(0|0) = p(1|1) = 1 - \epsilon$$

und

$$p(0|1) = p(1|0) = \epsilon,$$

wobei für den Sender gilt:

$$p_x(0) = p; \quad p_x(1) = 1 - p.$$

Berechnen Sie dazu

- (1 Punkt) die Shannon-Entropie $H(X)$ des Senders,
- (1 Punkt) Wahrscheinlichkeitsverteilung $p_y(y)$ und Shannon-Entropie $H(Y)$ des Empfängers,
- (1 Punkt) Wahrscheinlichkeitsverteilung $p(x, y)$ und gemeinsame Shannon-Entropie $H(X, Y)$,
- (2 Punkte) die gegenseitige Information $I(X; Y) = I(\epsilon, p)$ und daraus
- (2 Punkte) die Kapazität

$$C(\epsilon) = \max_p I(\epsilon, p).$$

Aufgabe 9 : Quantenkanal (4 Punkte)

Wieviel Information kann pro Benutzung eines Quantenkanals übertragen werden, wenn der Sender (mit gleicher Wahrscheinlichkeit) die beiden Symbole (reine Zustände)

$$|\varphi_1\rangle = |0\rangle$$

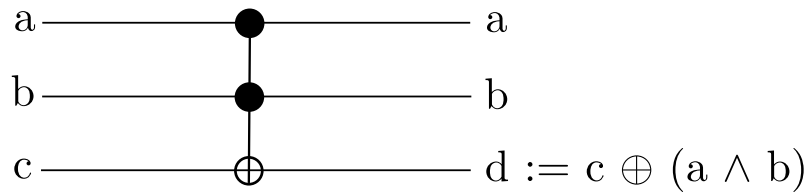
und

$$|\varphi_2\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}(|0\rangle + |1\rangle)$$

verwendet?

Aufgabe 10 : Toffoli-Gatter (2 Punkte)

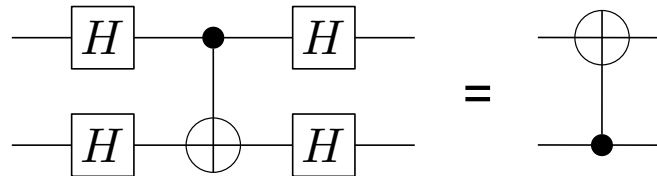
Zeigen Sie, dass das klassische Toffoli-Gatter,



reversibel ist, d.h. drücken Sie c durch a , b und d aus, wobei $d = c \oplus (a \wedge b)$.

Aufgabe 11 : CNOT- und Hadamard-Gatter (3 Punkte)

Zeigen Sie, dass die Rolle von *control*- und *target*-Qubit für das CNOT-Gatter durch den folgenden Quantenschaltkreis vertauscht werden kann:



H bezeichnet hierbei das *Hadamard*-Gatter.