

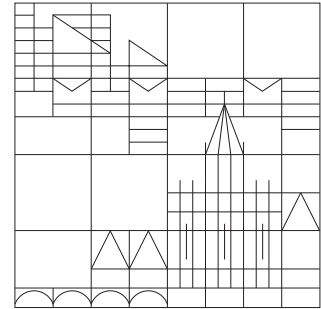
UNIVERSITÄT KONSTANZ

Fachbereich Physik

Prof. Dr. Guido Burkard

Adrian Auer

<http://theorie.physik.uni-konstanz.de/burkard/teaching/14S-QI>



## Quanteninformatiostheorie

### Sommersemester 2014 - Übungsblatt 2

Ausgabe: 06.05.2014, Abgabe: 13.05.2014, Übungen: 15./16.05.2014

#### Aufgabe 9 : Kapazität (schriftlich, 7 Punkte)

Berechnen Sie die Kapazität des symmetrischen binären Kanals, definiert durch  $X = Y = \{0, 1\}$  und die bedingte Wahrscheinlichkeit  $p(y|x)$  mit

$$p(0|0) = p(1|1) = 1 - \epsilon$$

und

$$p(0|1) = p(1|0) = \epsilon,$$

wobei für den Sender gilt:

$$p_x(0) = p; \quad p_x(1) = 1 - p.$$

Berechnen Sie dazu

- (1 Punkt) die Shannon-Entropie  $H(X)$  des Senders,
- (1 Punkt) Wahrscheinlichkeitsverteilung  $p_y(y)$  und Shannon-Entropie  $H(Y)$  des Empfängers,
- (1 Punkt) Wahrscheinlichkeitsverteilung  $p(x, y)$  und gemeinsame Shannon-Entropie  $H(X, Y)$ ,
- (2 Punkte) die gegenseitige Information  $I(X; Y) = I(\epsilon, p)$  und daraus
- (2 Punkte) die Kapazität

$$C(\epsilon) = \max_p I(\epsilon, p).$$

#### Aufgabe 10 : Quantenkanal (schriftlich, 4 Punkte)

Wieviel Information kann pro Benutzung eines Quantenkanals übertragen werden, wenn der Sender (mit gleicher Wahrscheinlichkeit) die beiden Symbole (reine Zustände)

$$|\varphi_1\rangle = |0\rangle$$

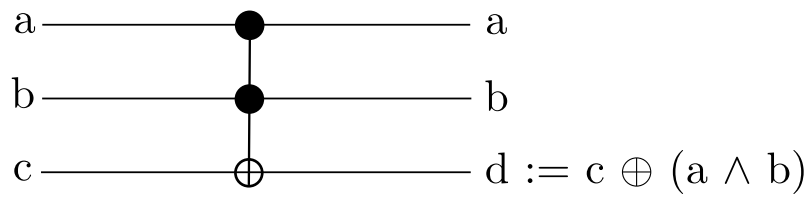
und

$$|\varphi_2\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}(|0\rangle + |1\rangle)$$

verwendet?

### Aufgabe 11 : Toffoli-Gatter

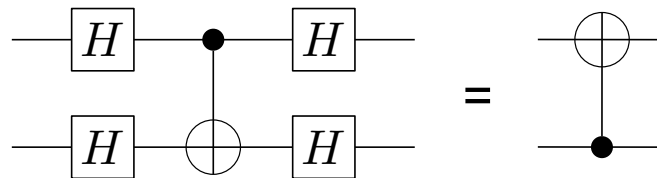
Zeigen Sie, dass das klassische Toffoli-Gatter,



reversibel ist, d.h. drücken Sie  $c$  durch  $a$ ,  $b$  und  $d$  aus, wobei  $d = c \oplus (a \wedge b)$ .

### Aufgabe 12 : CNOT- und Hadamard-Gatter

Zeigen Sie, dass die Rolle von *control*- und *target*-Qubit für das CNOT-Gatter durch den folgenden Quantenschaltkreis vertauscht werden kann:



$H$  bezeichnet hierbei das *Hadamard*-Gatter.