

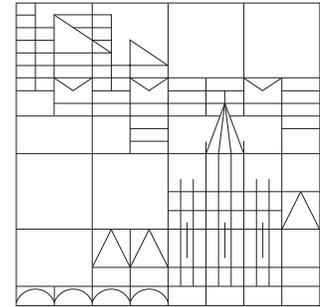
UNIVERSITÄT KONSTANZ

Fachbereich Physik

Prof. Dr. Guido Burkard

Dr. Mónica Benito

<http://theorie.physik.uni-konstanz.de/burkard/teaching/18S-QI>



## Quanteninformationstheorie

### Sommersemester 2018 - Übungsblatt 7

Ausgabe: 12.6.2018, Abgabe: 19.6.2018, Übungen: 21./22.6.2018

#### Aufgabe 24: Verschränkungs-Destillation (4 Punkte)

Der reine Zwei-Qubit Zustand

$$|\psi\rangle = \alpha|00\rangle + \beta|11\rangle$$

kann durch lokale Operationen zu dem Bell-Zustand

$$|\Phi^+\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}|00\rangle + \frac{1}{\sqrt{2}}|11\rangle$$

destilliert werden.

a) (2 Punkte) Sei  $M_0$  ein Mess-Operator einer generalisierten Messung für das erste Qubit,

$$M_0 = \frac{k}{\alpha}|0\rangle\langle 0| + \frac{k}{\beta}|1\rangle\langle 1|.$$

Finden Sie den zweiten Mess-Operator  $M_1$ , sowie die entsprechenden POVM-Elemente. Für welche Werte von  $k$  ist diese Messung mit 2 POVM-Elemente möglich?

b) (2 Punkte) Zeigen Sie, dass  $M_0$  den Zustand  $|\psi\rangle$  in dem Bell-Zustand  $|\Phi^+\rangle$  verwandelt. Berechnen Sie die Wahrscheinlichkeit  $p_0$  dieses Prozesses.

#### Aufgabe 25: Dekohärenz auf der Bloch-Kugel (6 Punkte)

Der Zustand eines Qubits kann immer auf der Bloch-Kugel durch den Bloch-Vektor  $\mathbf{b}$  dargestellt werden,

$$\rho = \frac{1}{2}(\mathbb{1} + \mathbf{b} \cdot \boldsymbol{\sigma}),$$

wobei  $\mathbf{b}$  ein dreidimensionaler reeller Vektor ist.

a) Nehmen wir an, das Qubit werde mit der Wahrscheinlichkeit  $\tilde{p} = \frac{4}{3}p$  depolarisiert, d. h. durch einen komplett gemischten Zustand  $\mathbb{1}/2$  ersetzt.

(i) (2 Punkte) Zeigen Sie, dass der Dichte-Operator des Qubits sich durch diese Operation wie folgt verändert:

$$\rho \rightarrow \rho' = (1 - p)\rho + \frac{p}{3}(\sigma_1\rho\sigma_1 + \sigma_2\rho\sigma_2 + \sigma_3\rho\sigma_3).$$

(ii) (2 Punkte) Wie verändert sich dabei der Bloch-Vektor?

b) (2 Punkte) Eine Amplituden-Dämpfung kann man z. B. bei der spontanen Emission eines angeregten Atoms beobachten. Mit der Wahrscheinlichkeit  $p$  geht das Atom in den Grundzustand  $|0\rangle_Q$  über und mit der Wahrscheinlichkeit  $1 - p$  bleibt es im angeregten Zustand  $|1\rangle_Q$ . Die unitäre Transformation, die diesen Vorgang beschreibt, ist

$$\begin{aligned} |0\rangle_Q|0\rangle_E &\rightarrow |0\rangle_Q|0\rangle_E \\ |1\rangle_Q|0\rangle_E &\rightarrow \sqrt{1-p}|1\rangle_Q|0\rangle_E + \sqrt{p}|0\rangle_Q|1\rangle_E. \end{aligned}$$

$|0/1\rangle_E$  beschreibt den Zustand der Umgebung oder hier die Anzahl der ausgestrahlten Photonen. Finden Sie die Kraus-Operatoren, die den Dichte-Operator transformieren. Was passiert mit dem Bloch-Vektor nach der Amplituden-Dämpfung?

c) (3 Punkte) Die Dekohärenz der Phase eines Qubits kann man durch die folgende unitäre Operation beschreiben:

$$\begin{aligned} |0\rangle_Q|0\rangle_E &\rightarrow |0\rangle_Q|0\rangle_E \\ |1\rangle_Q|0\rangle_E &\rightarrow \sqrt{1-p}|1\rangle_Q|0\rangle_E + \sqrt{p}|1\rangle_Q|1\rangle_E. \end{aligned}$$

$p$  gibt die Wahrscheinlichkeit an, ob das Qubit mit der Umgebung wechselwirkt. Finden Sie die entsprechenden Kraus-Operatoren und finden Sie heraus, wie sich dabei der Bloch-Vektor transformiert.