



Integrierter Kurs Physik IV
Exp.-Teil – Atomphysik
SS 12

Prof. G. Maret, Dr. P. Pfleiderer

Übungsblatt 11

Ausgabe: 02.07.2012, Abgabe: 06.07.2012

Aufgabe 23: Dipolmatrixelemente (schriftlich abzugeben, 4 Punkte)

Die einfachsten Wasserstoffwellenfunktionen $\Psi_{n,l,m}(r, \vartheta, \varphi)$ lauten:

$$\Psi_{1,0,0} = \frac{1}{\sqrt{\pi}a^{3/2}}e^{-r/a}, \quad \Psi_{2,0,0} = \frac{1}{4\sqrt{2\pi}a^{3/2}}\left(2 - \frac{r}{a}\right)e^{-r/(2a)} \quad \text{und} \quad \Psi_{2,1,0} = \frac{1}{4\sqrt{2\pi}a^{3/2}}\frac{r}{a}e^{-r/(2a)}\cos\vartheta.$$

a ist der Bohrsche Radius.

a) Berechnen Sie das Dipolmatrixelement

$$\vec{D} = \int d^3\vec{r} \Psi_A^* e\vec{r} \Psi_B = \int_0^\infty r^2 dr \int_0^{2\pi} d\varphi \int_0^\pi \sin\vartheta d\vartheta \Psi_A^*(r, \vartheta, \varphi) e \begin{pmatrix} r \sin\vartheta \cos\varphi \\ r \sin\vartheta \sin\varphi \\ r \cos\vartheta \end{pmatrix} \Psi_B(r, \vartheta, \varphi)$$

für die Fälle:

i) $\Psi_A = \Psi_{1,0,0}$ und $\Psi_B = \Psi_{1,0,0}$,

ii) $\Psi_A = \Psi_{1,0,0}$ und $\Psi_B = \Psi_{2,0,0}$,

iii) $\Psi_A = \Psi_{1,0,0}$ und $\Psi_B = \Psi_{2,1,0}$.

(Das e in der \vec{D} -Formel bedeutet die Elementarladung.)

b) Nehmen Sie die Ergebnisse von a) als Bestätigung dafür, dass Dipolübergänge zwischen Niveaus beliebiger (hier verschiedener) n erlaubt sind, aber die l sich genau um eins unterscheiden müssen, wobei es egal ist, ob das Ausgangs- oder das Endniveau das höhere l hat. In unserem Wasserstoffmodell (bis jetzt ohne relativistische Korrektur und Spin) gibt es zu jedem n (angefangen mit 1) n entartete Zustände mit $l = 0, \dots, n - 1$. Eine Aufspaltung bzw. Entartung bezüglich m betrachten wir in dieser Teilaufgabe nicht, d.h. Wir haben in a) nur Ψ mit $m = 0$ genommen; also folgern wir, dass es erlaubte Dipolübergänge gibt, wenn Δm und m Null ist, aber andere Fälle haben wir noch nicht gepüft. Tragen Sie in dem Schema, das Zustände bis $n = 4$ zeigt, alle erlaubten Dipolübergänge durch Verbinden der entsprechenden Balken ein, wobei Sie repräsentativ nur Zustände mit $m = 0$ betrachten.)

	-3	-2	-1	0	1	2	3	l
4	—	—	—	—	—	—	—	
3		—	—	—	—	—		
2			—	—	—			
1				—				
n								

Aufgabe 24: Strahlen mit Hertz (je ein Häkchen für a+b,c)

Jede Linie in einem Spektrum hat eine natürliche Breite. Es gibt eine Beziehung zur Lebensdauer des dazugehörigen angeregten Zustandes, die wir hier anhand eines klassischen Modells herleiten, nämlich anhand des Hertzschens Dipols: Ein Dipol, der oszilliert und daher beschleunigte Ladung enthält und daher abstrahlt und daher Energie verliert und somit durch den gedämpften harmonischen Oszillator betrachtet werden kann. Dessen Bewegungsgleichung lautet:

$$\ddot{x} + \gamma\dot{x} + \omega_0^2 x = 0$$

- Recherchieren Sie die Lösung dieser DGL und schreiben Sie sie hin.
- Fourier-transformieren Sie diese Lösung (das 'Signal'), um das (Leistungs-)Spektrum des gedämpften Oszillators zur ermitteln, und zwar nahe der Resonanz ($|\omega - \omega_0|/\omega_0 \ll 1$). Verwenden Sie $|\omega - \omega_0| \ll \omega + \omega_0$. Sie dürfen die Fourier-Trafo recherchieren, und Vorfaktoren weglassen. *Antwort:*

$$P(\omega) = C \frac{1}{(\omega - \omega_0)^2 + (\gamma/2)^2}$$

Es ist das sogenannte Lorentz-Profil mit Linienbreite $\Delta\omega = \gamma$.

- Wie Sie wissen, ist die abgestrahlte Leistung proportional zum Quadrat der Beschleunigung. Ermitteln Sie daraus die Zeit τ , nach der nur noch $1/e$ der Leistung abgestrahlt wird. Betrachten Sie dazu die Einhüllende von $a(t)$. Wie lautet also die Beziehung zwischen Lebensdauer des Oszillators und seiner Linienbreite?

Aufgabe 25: Was der Zeeman-Effekt verraten kann (je ein Häkchen für a,b,c+d+e,f)

Eine Spetrallinie ($\lambda_0 = 766,7012nm$) eines Atoms wird in einem schwachen Magnetfeld von $2,00T$ in sechs Komponenten aufgespaltet. Ihre Wellenlängen sind in nm :

A1: 766,6097
A2: 766,6463
B1: 766,6829
B2: 766,7195
C1: 766,7561
C2: 766,7927

Bei einer Beobachtung in einer Ebene senkrecht zum Magnetfeld sind die Linien linear polarisiert, wobei A und C in dieser Ebene schwingen, und B parallel zum B-Feld. Bei Beobachtung in Feldrichtung werden nur die Linien A und C gefunden, wobei diese nun entgegengesetzt zueinander zirkular polarisiert sind.

- a) Liegt der normale oder der anomale Zeeman-Effekt vor? Woran erkennen Sie das?
- b) Gegeben sei nun, dass LS-Kopplung vorliegt, und es sich um einen Übergang innerhalb der Feinstruktur eines Hauptniveaus handelt. Ferner sei $s = 1/2$. Ihr Ziel ist es nun, detektivisch zu ermitteln, zwischen welchen Orbitalen der Übergang stattfindet. Berechnen Sie zunächst alle vorkommenden $\Delta(gm_j) = g_2m_{j2} - g_1m_{j1}$.
- c) Sie möchten herausfinden, in wie viele Unterniveaus die beiden Niveaus aufgesplittet sind, da Sie dann j kennen. Was schließen Sie – für eines der Niveaus – aus der Tatsache, dass genau zwei Linien entlang des B-Feldes fehlen?
- d) Für das andere Niveau – was schließen Sie aus der Tatsache, dass es insgesamt sechs Linien gibt?
- e) Welche zwei Übergänge kommen also noch in Frage? Verwenden Sie für Ihre Antwort die Spektroskopische Schreibweise $^{2s+1}X_j$ mit $X = S, P, D, \dots$ für $l = 0, 1, 2, \dots$
- f) Berechnen Sie nun die beteiligten Lande-g-Faktoren, und identifizieren Sie per Vergleich mit Teilaufgabe b) den Übergang.