

**Integrierter Kurs Physik IV**  
**Exp.-Teil – Atomphysik**  
**SS 12**

Prof. G. Maret, Dr. P. Pfeiderer

**Übungsblatt 10**

Ausgabe: 25.06.2012, Abgabe: 29.06.2012

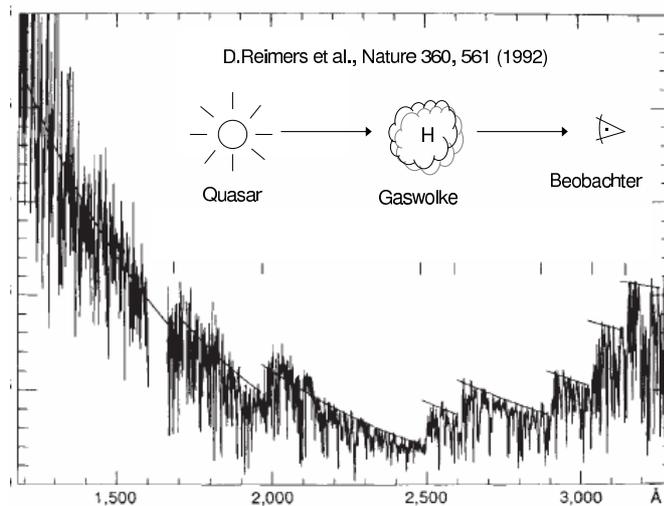
Aufgabe 21: Weitere Überlegungen zum Bohrschen Atom-Modell (schriftlich abzugeben, 6 Punkte)

Gemäß klassischer Elektrodynamik strahlt eine Ladung, wenn sie beschleunigt wird. Die abgestrahlte Leistung wird für nicht-relativistische Geschwindigkeiten durch die Larmor-Formel beschrieben:

$$P = \frac{q^2 a^2}{6\pi\epsilon_0 c^3}$$

Im Bohrschen Atom-Modell, angewandt auf das Wasserstoffatom, bewegt sich das Elektron im Grundzustand auf einer Kreisbahn mit Radius  $r_1$ , im Bann der Coulomb-Anziehung durch das Proton.

- a) Berechnen Sie  $r_1$ .
- b) Im Sinne obiger Einleitung strahlt dieses Elektron, verliert deshalb Energie und stürzt in einer Spirale in den Kern. Zeigen Sie, dass  $v < 0,1c$  für den Großteil des Sturzes; d.h., berechnen Sie den Radius, bei dem die genannte Geschwindigkeit erreicht wird.
- c) Berechnen Sie und bestaunen Sie die Lebensdauer dieses Bohr-Wasserstoffatoms; nehmen Sie dabei an, jede Umrundung sei im Wesentlichen eine Kreisbahn.
- d) Als Lyman-Alpha-Wald bezeichnen Astronomen eine Vielzahl von scharfen Absorptionslinien im Spektrum von Quasaren, deren Wellenlänge nur geringfügig kleiner als die der Lyman-Alpha-Linie, der Absorptionslinie des neutralen Wasserstoffs, ist. Wie Untersuchungen zeigten, nimmt die Anzahl dieser Linien mit der Entfernung der Objekte zu, woraus die Astronomen ableiteten, dass die Linien nicht von den Objekten selbst hervorgerufen werden, sondern von Wasserstoffwolken stammen, die sich zwischen den Objekten und der Erde befinden.



Die Wolken absorbieren dabei jeweils das Licht mit den Wellenlängen der Lyman-Linien. Durch die unterschiedliche Entfernung der Wolken besitzen diese aber eine unterschiedliche Rotverschiebung, wodurch die Linien an unterschiedlicher Stelle im Spektrum auftauchen. Damit lassen sich aus der Anzahl, der Verteilung und der Stärke der Absorptionslinien Rückschlüsse auf die Verteilung und Massen der Wolken im Universum ziehen. Dabei ist auch zu beachten, dass wir mit grösserer Entfernung bzw. Rotverschiebung auch immer weiter in die Vergangenheit des Universums blicken. Eine kosmologische Rotverschiebung von  $z$  bedeutet, dass das Licht von diesem Ort zu einer Zeit ausgesandt wurde als das Universum  $(z + 1)$ mal kleiner war als heute.

Das obenstehende Quasarspektrum, aufgenommen mit dem Hubble-Weltraum-Teleskop, zeigt sieben Kanten eines Lyman-Walds. Berechnen Sie nach  $z = (\lambda_{\text{beobachtet}} - 911,8 \cdot 10^{-10}\text{m})/911,8 \cdot 10^{-10}\text{m}$  die zugehörigen Rotverschiebungen. (Lassen Sie sich nicht dadurch verwirren, dass Lyman-Alpha-Wald als Schlagwort gebraucht wird. Die Lyman- $\alpha$ -Linie liegt bei  $1215,7 \text{ \AA}$ . Für die Kanten ist jedoch mit  $911,8 \text{ \AA}$  zu rechnen. Genau genommen handelt es sich hier um sogenannte Lyman-Limit-Systeme.)

### Aufgabe 22: Doppler-Verbreiterung von Spektrallinien (je ein Häkchen für a+b, c+d)

Es soll die Spektrallinie einer Straßenlaterne (Natrium-Dampflampe) bestimmt werden. Wir ignorieren, dass es sich in Wahrheit um eine Doppel-Linie handelt. Die Lampe wird bei  $500\text{K}$  betrieben. Die Messung ergibt ein Gaußprofil mit einer Halbwertsbreite von  $\delta\omega_D = 1.07 \times 10^{10}\text{s}^{-1}$ .

- a) Die Dopplerverschiebung führt zu einer wesentlichen Verbreiterung der spektralen Linie. Betrachten Sie zunächst ein Atom, das sich mit der Geschwindigkeit  $\vec{v}$  bewegt und ein Photon mit der Frequenz  $\omega_0$  in Richtung  $\vec{k}$  emittiert. Welche Frequenz 'sieht' ein Beobachter? Welche Frequenz müsste eine Lichtwelle (die in  $z$ -Richtung einfällt) haben, damit das bewegte Atom Photonen der Frequenz  $\omega_0$  absorbieren kann?
- b) Betrachtet werden nun Atome in einem Gas bei  $T = 500\text{K}$  im thermischen

Gleichgewicht. Berechnen Sie die Anzahl der Atome, deren Emission bzw. Absorption in das Frequenzintervall zwischen  $\omega$  und  $\omega + d\omega$  fallen. Berechnen Sie hieraus die emittierte/absorbierte Strahlungsleistung  $P(\omega)d\omega$ .

*Hinweis:* Benutzen Sie die Maxwell'sche Geschwindigkeitsverteilung

$$n_i(v_z)dv_z = \frac{N_i}{v_\omega\sqrt{\pi}} \exp\left[-\left(\frac{v_z}{v_\omega}\right)^2\right] dv_z$$

mit  $v_\omega = \sqrt{\frac{2k_B T}{m}}$ ; wahrscheinlichste Geschwindigkeit

und  $N_i = \int_{-\infty}^{\infty} n_i(v_z)dv_z$ ; Gesamtzahl der Atome im Zustand  $E_i$  pro Volumeneinheit.

Ergebnis:  $P(\omega)d\omega = P(\omega_0) \cdot \exp\left(-\left[\frac{c(\omega-\omega_0)}{\omega_0 v_\omega}\right]^2\right) d\omega$

c) Berechnen Sie die Halbwertsbreite  $\delta\omega_D(\omega_0, T, m) = |\omega_1 - \omega_2|$  mit

$P(\omega_1) = P(\omega_2) = P(\omega_0)/2$ . Ergebnis:  $\delta\omega_D = \frac{\omega_0}{c} \sqrt{\frac{8k_B T \cdot \ln 2}{m}}$

d) Wie groß ist die Wellenlänge der Na-D Linie ( $\Delta E = 2,11\text{eV}$ )? Welche Farbe hat die Straßenlaterne? Vergleichen Sie die Dopplerverbreiterung mit der natürlichen Linienbreite der Na-D Linie (Lebensdauer  $\tau = 16\text{ns}$ ).

(Molmasse  $M_{Na} = 0,023\text{kg/mol}$ ).