Universität Konstanz

Integrierter Kurs Physik IV
Exp.-Teil – Atomphysik
SS 12

Prof. G. Maret, Dr. P. Pfleiderer

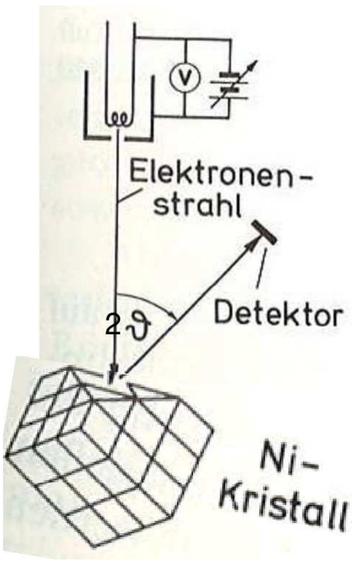
Übungsblatt 3

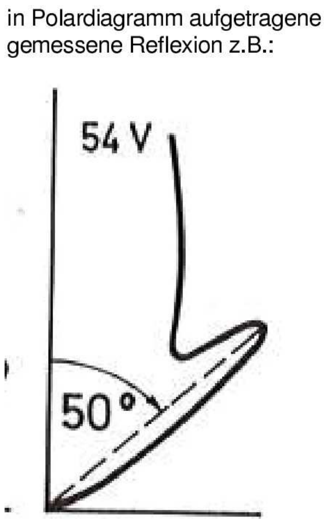
Ausgabe: 07.05.2012, Abgabe: 14.05.2012

Aufgabe 7: Materiewellen I (schriftlich abzugeben) **(12 Punkte)**

Neben Interferenzerscheinungen bei Durchgang durch Doppelspalte zeigt sich der Wellencharakter von Teilchen bei Beugung an Kristallen, wie das Experiment von Davisson und Germer gezeigt hat. Dies kann dann umgekehrt im Debye-Scherrer-Verfahren auch zur Untersuchung der Kristalle ausgenutzt werden.

a) Betrachten wir zunächst nur *eine* Kristalloberfläche. Die durch regelmäßige Anordnung der Atome im Kristall definierten Ebenen sind hier wie teildurchlässige Spiegel zu behandeln, und es genügt nur die obersten beiden zu betrachten. Konstruktive Interferenz entsteht, wenn die Bragg-Bedingung $2d \sin\theta = n\lambda$ erfüllt ist. Unter diesen Winkeln θ wird dann ein Maximum in der reflektierten Intensität beobachtet.($\vartheta = 90° - \theta$)



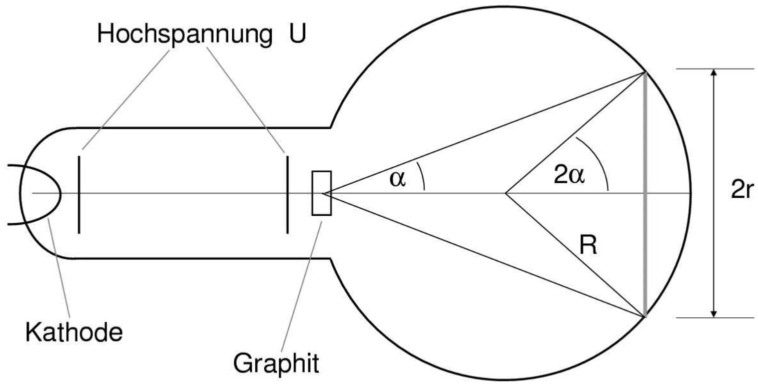


Für die eingestrahlten Teilchen ist die deBroglie-Wellenlänge $\lambda = h/p$ einzusetzen. Für die Elektronen in dieser Aufgabe ist die Energie-Impuls-Beziehung relativistisch aufzustellen. Berechnen Sie für Elektronen der kinetischen Energie 1eV, 100eV, 1000eV und 100keV jeweils die deBroglie-Wellenlänge sowie den

Winkel θ, für den die Bragg-Bedingung mit n=1 an einem Nickelkristall mit d=2,15Å erfüllt ist.

b) Das im Folgenden diskutierte Experiment weist durch die Beugung von Elektronen an Graphit deren Wellencharakter nach bzw. bestimmt die Gitterkonstanten des Graphits. Durch Glühemission werden in einem evakuierten Glaszylinder freie Elektronen erzeugt und durch Anlegen einer Hochspannung beschleunigt. Auf dem kugelförmigen Leuchtschirm (R=65mm) entsteht ein Beugungsbild aus Ringen.

i) Die kinetische Energie, die die Elektronen durch das Durchlaufen der Hochspannung bekommen, ist hier nicht-relativistisch (m: Ruhemasse) auszurechnen: $eU = \frac{1}{2}mv^2$. Wie bekannt gilt dann $p = h/\lambda$. Stellen Sie den Zusammenhang von λ zu U her.

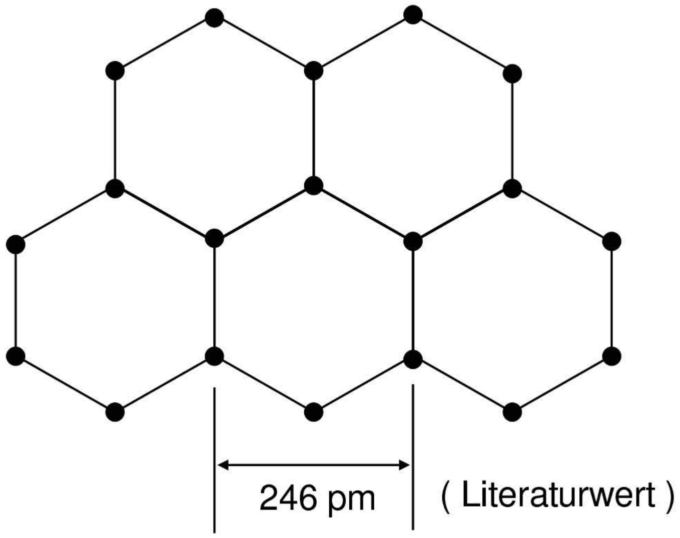


ii) Wie hängt der Winkel α aus der Versuchsanordnung mit dem Winkel θ aus der Bragg-Bedingung $2d \sin\theta = n\lambda$ zusammen? Es werden nur erste Ordnungen (n=1) gemessen. Zeigen Sie, dass sich die Gitterabstände zu $d = 2R\lambda/r$ ergeben. Es handelt sich bei α um kleine Winkel.

iii) Die folgende Tabelle gibt Messwerte für die Durchmesser zweier Ringe bei verschiedenen Beschleunigungsspannungen. (Werte für Ring 1 gehören natürlich zum selben Netzebenenabstand d_1 für alle U, so wie Werte von Ring 2 immer auf dasselbe d_2 zurückzuführen sind.) Erweitern Sie die Tabelle um Spalten für λ der Elektronen und jeweils errechneten Werten d_1 und d_2. Bilden Sie für letztere Mittelwerte aus Messungen bei allen U.

U	Ø Ring 1	Ø Ring 2
3 kV	47,6 mm	26,8 mm
4 kV	41,4 mm	22,8 mm
5 kV	37,7 mm	20,7 mm
6 kV	34,2 mm	19,3 mm
7 kV	31,3 mm	17,2 mm
8 kV	29,4 mm	16,7 mm

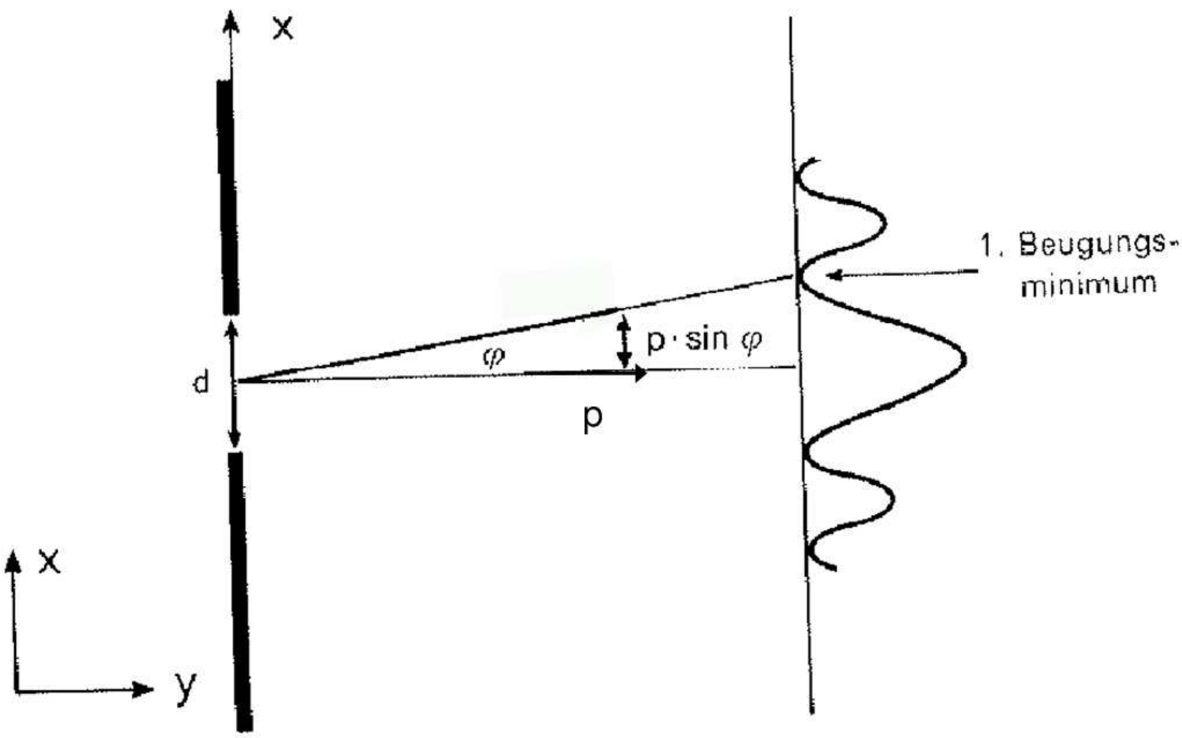
iv) Sie sollten in iii) Werte von etwa 121pm und 218pm für d_1 bzw. d_2 erhalten haben. Finden Sie anhand der untenstehenden Zeichnung Netzebenen, deren Abstände diesen Werten entsprechen. (Der Abstand der wabenartigen Graphitebenen in der dritten Dimension ist viel größer und spielt hier keine Rolle.) Abweichungen von einigen Pikometern dürfen Sie bei der Zuordnung zulassen.



c) Argumentieren Sie, warum beim Rutherford-Versuch das Streumuster nicht auch durch die Kristallstruktur des beschossenen Materials beeinflusst wurde, sondern dort die Größe der einzelnen Atomkerne entscheidend war. Berechnen Sie dazu die deBroglie-Wellenlänge der α-Teilchen mit kinetischer Energie 12,75MeV; vergleichen Sie hier die Ergebnisse, die man mit nicht-relativistischer bzw. relativistischer Energie-Impuls-Beziehung erhält, und rechnen Sie auch die Geschwindigkeit des α-Teilchens aus. Vergleichen Sie dann die erhaltene deBroglie-Wellenlänge mit den Atomabständen in Gold oder Aluminium, die (je nachdem, welche Gitterebenen man betrachtet) etwa 3-4Å betragen.

Aufgabe 8: Materiewellen II (Je 1 Häkchen für a, b und c+d)

Sie haben gelernt, dass Teilchen genauso wie Licht Beugung zeigen und die Intensitätsverteilung, die hinter einem Spalt gemessen wird, weist das unten stehend skizzierte Muster auf. Der Ort (in der Spaltebene) ist nach Durchgang durch den Spalt in x-Richtung auf einen Bereich der Länge d eingeschränkt worden.



a) Die Verteilung der Impulse in x-Richtung hinter dem Spalt hat offenbar viele Maxima und Minima. Als grobe Abschätzung eines mittleren Impulses in x-Richtung, also der Impulsunschärfe, nimmt man den Wert, der dem ersten Beugungsminimum entspricht. Geben Sie mithilfe Ihrer Kenntnisse aus der Optik dieses Δp_x an. Rechnen Sie damit $\Delta x \cdot \Delta p_x$ aus.

b) Fassen Sie die aus der Optik bekannte Intensitätsverteilung als Wahrscheinlichkeitsdichte $|\phi(p_x)|^2$ auf und rechnen Sie $\Delta p_x = \sqrt{< p_x^2 > - < p_x >^2}$ zahlenmäßig aus für $d = 4 \cdot 10^{-5}$m und $\lambda = 560$nm. Behalten Sie die Kleinwinkelnäherung $p_x = p \sin \varphi$ bei, auch wenn das für große Winkel zu kleine Impulswerte liefert. Benutzen Sie hier Software, die die Integrale numerisch ermitteln kann.

c) Skizzieren Sie das Beugungsmuster, wenn es einen zweiten Spalt mit Abstand B gibt, wobei $d << B \approx \lambda$.

d) Im Szenario c): Wie sieht das Muster auf dem Schirm aus, wenn der Teilchenstrahl auf wenige, einzelne Teilchen reduziert wird (Skizze)?