Universität Konstanz

Integrierter Kurs Physik IV
Exp.-Teil – Atomphysik
SS 12

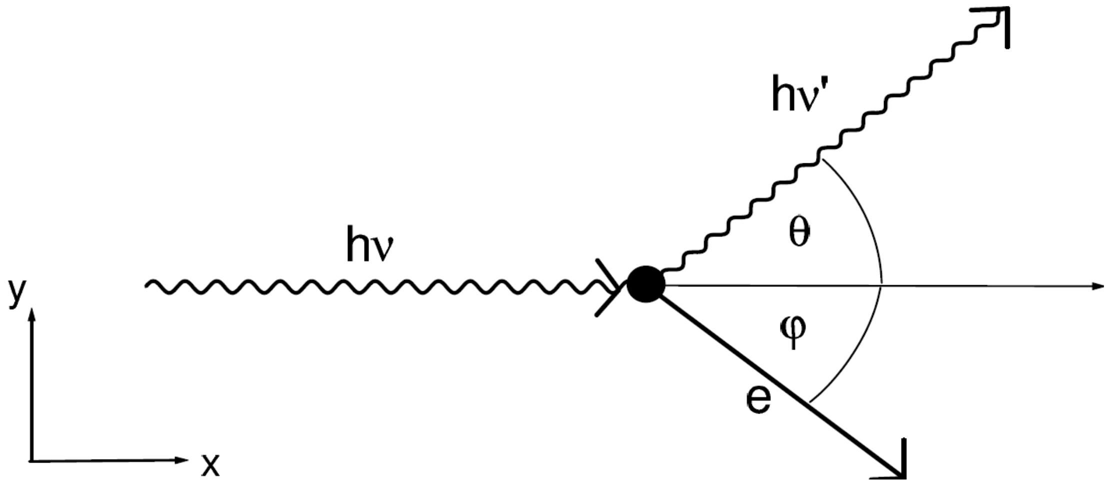
Prof. G. Maret, Dr. P. Pfleiderer

Übungsblatt 2

Ausgabe: 30.04.2012, Abgabe: 04.05.2012

Aufgabe 4: Compton-Effekt (schriftlich abzugeben) **(10 Punkte)**

Der Compton-Effekt beschreibt die Streuung eines Photons an einem Elektron. Vor dem Stoß sei das Elektron in Ruhe. Die Winkel, unter denen Photon und Elektron nach dem Stoß davonfliegen, werden mit θ bzw. φ bezeichnet. Das Photon gibt einen Teil seiner Energie an das Elektron ab, weshalb die Wellenlänge des gestreuten Lichts größer ist als die des einfallenden.



Die Figur zeigt ein Diagram für den Steuprozess. λ und ν beziehen sich auf das Photon vor dem Stoß, λ' und ν' auf das Photon nach dem Stoß.

$$\lambda' = \lambda + \lambda_C(1 - \cos\theta) \tag{1}$$

$\lambda_C = \frac{h}{m_0 c}$ (m_0 ist die Ruhemasse des Elektrons) heißt Comptonwellenlänge. Für das System aus Photon und Elektron sind Energie- und Impulserhaltung anzusetzen. Der Impuls ist vektoriell zu betrachten bzw. seine Erhaltung einzeln für die Komponenten in x- und y-Richtung anzusetzen. Das Elektron ist relativistisch zu behandeln, hat also vorher seine Ruheenergie m_0c^2 und nachher den Impuls $\vec{p}_e$ sowie die Energie $E_e = \sqrt{m_0^2c^4 + p_e^2c^2}$. Ein Photon, das zu Licht der Frequenz ν gehört, hat die Energie $h\nu$ und den Impuls(betrag) $h\nu/c$.

a) Schreiben Sie drei Gleichungen auf: Energie-Erhaltung (2), Impuls-Erhaltung in x-Richtung (3) und Impuls-Erhaltung in y-Richtung (4). Als Variablen sollen nur vorkommen $\lambda, \lambda', \theta, \varphi, p'_e$, wobei p'_e der Impulsbetrag des Elektrons nach dem Stoß ist.

b) Gleichung (3) enthält die Variable φ. Eliminieren Sie diese mit Hilfe von Gleichung (4) und der Beziehung $\cos^2(\varphi) = 1 - \sin^2(\varphi)$.

c) Gleichung (2) und (3) enthalten nervige Wurzeln. Werden Sie diese los indem Sie die Wurzeln jeweils auf eine Seite schieben und die Gleichungen quadrieren.

d) Stellen Sie Gleichung (3) nach p'_e um und eliminieren Sie sodann diese Variable in Gleichung (2).

e) Kürzen Sie Gleichung (2), bis Sie Gleichung (1) erhalten und somit die Compton-Beziehung hergeleitet haben.

f) Zeigen Sie, dass es nicht möglich ist, dass das Elektron das Photon absorbiert, also seine komplette Energie übernimmt.

g) Ein Photon mit der Energie $1 \cdot 10^4$eV macht einen Stoß mit einem ruhenden Elektron und wird unter einem Winkel von 60° gestreut. Geben Sie die Wellenlängen des einfallenden und des auslaufenden Photons an (berücksichtigen Sie vier Stellen in der Mantisse der Werte). Berechnen Sie auch die kinetische Energie des Elektrons nach dem Stoß und den Winkel, unter dem es davonfliegt.

Aufgabe 5: Photo-Effekt (Ein Häkchen pro Teilaufgabe)

λ [nm]	U [V]
405	1,12
546	0,33

a) Eine Materialoberfläche wird nacheinander mit Licht der beiden in der Tabelle aufgeführten Wellenlängen bestrahlt und die Bremsspannung U gemessen. Gewinnen Sie die Austrittsarbeit W_A des Materials und ermitteln Sie einen Wert für h/e. (Der Wert der Lichtgeschwindigkeit c ist als bekannt anzunehmen.)

Die folgende Tabelle gibt Literaturwerte für die Austrittsarbeiten einiger Stoffe. Um welches Material könnte es sich im Versuch gehandelt haben?

Material	W_A [eV]
Li	2,46
Na	2,28
K	2,25
Rb	2,13
Cs	1,94

b) Eine Glühbirne mit einer Lichtleistung von 4W beleuchtet aus einer Entfernung von $1,8m$ ein Aluminiumplättchen ($W_A = 4,3eV$, $n = 10^{23}$ Elektronen$/cm^3$, Eindringtiefe des Lichts $d = 500nm$), das sich in einem evakuierten Gefäß befindet. Berechnen Sie, wie lange es gemäß klassischer Elektrodynamik dauert, bis ein Elektron genug Strahlungsenergie aufgesammelt hat, um das Metall zu verlassen. Welchen Zeitverzug beobachtet man statt dessen?

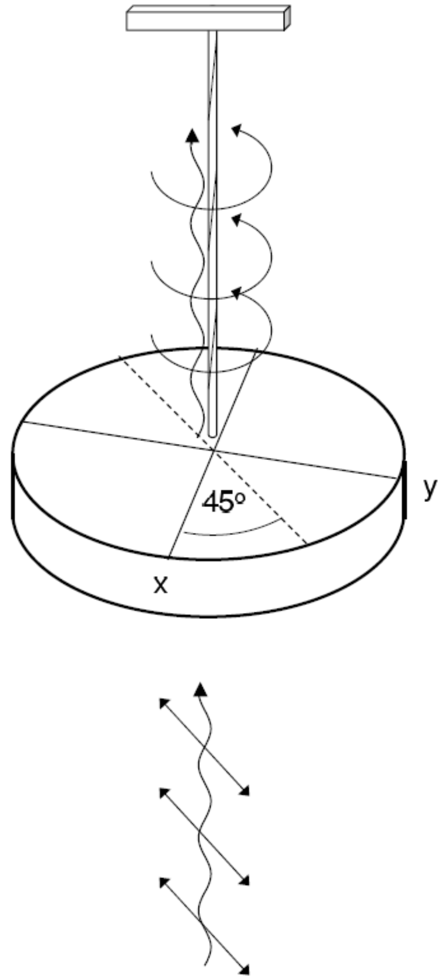
Aufgabe 6: (Je ein Häkchen für a, b und c)

a) *Impuls des Photons und Strahlungsdruck:* Da ein Photon den Impuls $h\nu/c$ hat, wird bei Absorption oder Reflexion von Licht Impuls auf das entsprechende Objekt übertragen. Das nennt man Strahlungsdruck.
Vergleichen Sie die Gravitationskraft, mit der die Sonne die Erde anzieht, mit der Kraft, mit der das von der Sonne ausgesandte Licht die Erde wegdrückt. Die *Solarkonstante*, also die Lichtleistung pro der Sonne zugewandter Einheitsfläche im Abstand der Erde von der Sonne beträgt 1,367 kW/m^2. Die Erde hat eine sogenannte *Albedo* von 0,3. D.h. 70% des Lichts werden absorbiert, 30% reflektiert. Nehmen Sie für die vereinfachende Abschätzung hier an, dass alles Licht von der Sonne bei einer einzigen Frequenz ν ausgestrahlt wird. Vernachlässigen Sie für die Reflexion die gekrümmte Oberfläche der Erde, d.h. nehmen Sie an, dass Reflexion immer in Richtung zurück zur Sonne erfolgt. Weitere Zahlenangaben: Gravitationskonstante γ=6,67$\cdot10^{-11}$ N m^2 kg^{-2}, Sonnenmasse M_S=1,989$\cdot10^{30}$ kg, Erdmasse M_E=5,977$\cdot10^{24}$ kg, Abstand Erde-Sonne = 1 Astronomische Einheit (AE) = 1,496$\cdot10^{11}$ m, (mittlerer) Erdradius R_E=6,368$\cdot10^6$ m, Lichtgeschwindigkeit c=2,9979$\cdot10^8$ m/s.

b) *Drehimpuls des Photons*: Die Skizze zeigt die einfachste Variante eines Experiments zum Nachweis des Photon-Drehimpulses. Ein $\lambda/4$-Plättchen, welches unterschiedliche Brechungsindices für in x- bzw. in y-Richtung linear polarisiertes Licht aufweist ($n_x \neq n_y$), ist an einem Torsionsfaden aufgehängt.

i) Wie dick muss das Plättchen sein, damit einfallendes monochromatisches Licht, das unter 45° zur x-Achse linear polarisiert ist, das Plättchen als zirkular polarisiertes Licht verlässt? n_x und n_y seien bekannt für die verwendete Frequenz. Geben Sie die kleinste mögliche Dicke an (Formel).

ii) Ein Photon hat den Drehimpuls $\hbar$, der in oder entgegengesetzt der Flugrichtung zeigt. Ein einzelnes Photon ist also zirkular polarisiert. (Linear polarisiertes ist dann aus gleich vielen Photonen mit Drehimpuls in die eine und die entgegengesetzte Richtung zusammengesetzt.) Im Versuch wirkt durch die Umwandlung von linear in zirkular polarisiertes Licht ein mechanisches Drehmoment auf das Plättchen und den Faden. Berechnen Sie dieses (Zahl) für den Fall, dass das Licht eine Wellenlänge von 1,2μm hat und eine Intensität von 7W einfällt. Sie müssen zunächst die Leistung durch die Energie $h\nu$ eines Photons teilen, um zu ermitteln, wieviele Photonen pro Zeiteinheit das Plättchen passieren. [Sie dürfen hier annehmen, dass (im Durchschnitt) jedes Photon vor dem Plättchen noch keinen Drehimpuls hat, aber dahinter alle $\hbar$ haben und zwar alle in dieselbe Richtung ausgerichtet. Oder Sie nehmen an, dass die Hälfte der Photonen schon die richtige zirkulare Polarisation hat, diesen nichts geschieht, jedoch bei der anderen Hälfte die zirkulare Polarisation umgedreht wird. Haben Sie also mehr die Zustände vorher und nachher im Auge als das, was im Plättchen geschieht. Wie hier Wellen- und Teilchenbild in Einklang zu bringen sind, kann in den Übungen diskutiert werden.]



c) *Masse des Photons*: In der heutzutage gängigen physikalischen Theorie hat das Photon keine Ruhemasse. Mit Hypothesen, dass es eventuell doch eine sehr kleine Ruhemasse hat, können Experimente bzw. astronomische Messungen dann natürlich nur obere Schranken für diese ermitteln. Eine solche ist $m_0 \leq 6 \cdot 10^{-16}$ eV/c^2. (Rechnen Sie den in dieser ungewohnten Einheit angegebenen Wert zunächst einmal in kg um.)

i) Nehmen Sie den angegebenen Grenzwert hier einmal als die Ruhemasse des Photons an. Gehen Sie von der relativistischen Energie-Impuls-Beziehung für massebehaftete Teilchen aus, also $E = \sqrt{m_0^2 c^4 + p^2 c^2}$, und leiten Sie eine Formel für die Gruppengeschwindigkeit $v_{gr} = d\omega/dk$ als Funktion der Wellenzahl k bzw. der Wellenlänge λ her. $E = \hbar\omega$, $p = \hbar k$ und $k = 2\pi/\lambda$ dürfen Sie verwenden.

ii) Wie groß wäre die Flugzeitdifferenz zwischen blauem Licht ($\lambda_B = 4000$Å) und rotem Licht ($\lambda_R = 8000$Å), auf einer Distanz von 1000 Lichtjahren? 1 Lichtjahr (ly) = 9,461·10^{15}m. Sie sollten $\frac{1}{v_R} - \frac{1}{v_B} \approx \frac{v_B - v_R}{c^2}$ verwenden. Ausdrücke für v_R und v_B müssen dann so entwickelt werden, dass die Differenz per Taschenrechner zahlenmäßig darstellbar ist.