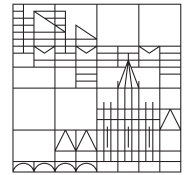


Integrierter Kurs Physik IV
Exp.-Teil, Atom und Quantenphysik
SoSe 11

Universität
Konstanz



Prof. G. Maret, Dr. P. Keim

Übungsblatt Nr. 8,

Ausgabedatum: Mo. 06.06.2011

Abgabedatum: Fr. 10.06.2011 in der Vorlesung

Besprechung: Mi. 15.06.2011 in den Übungsgruppen

Aufgabe 15: Rekonstruktion von Zuständen (quantum state tomography)

Eine vollständige Orthonormalbasis eines Systems werde aus den beiden Funktionen φ_1 und φ_2 gebildet. Ein Zustand Ψ ist dann als $\Psi = a\varphi_1 + b\varphi_2$ darstellbar, also durch den Koeffizientenvektor $\begin{pmatrix} a \\ b \end{pmatrix}$ anzugeben (a und b sind komplexe Zahlen). Der Erwartungswert eines Operators L berechnet sich, wie Sie wissen, als $\langle \Psi | L | \Psi \rangle$. Das System befinde sich in einem Zustand Ψ , für den die Erwartungswerte der - hier als Matrizen angegebenen - Operatoren

$$A = \begin{pmatrix} 3 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & -1 \end{pmatrix}, \quad C = \begin{pmatrix} 0 & 2i \\ -2i & 0 \end{pmatrix}$$

$\langle A \rangle = 2$, $\langle B \rangle = \frac{1}{2}$ und $\langle C \rangle = 0$ betragen.

- a) Finden Sie den Zustand Ψ , also den normierten Vektor $\begin{pmatrix} a \\ b \end{pmatrix}$.
- b) Lösen Sie dieselbe Aufgabe, wenn die Erwartungswerte $\langle A \rangle = 3$, $\langle B \rangle = 1$ und $\langle C \rangle = 0$ lauten.
- c) Können Sie die Observablen A, B und C an einem einzelnen System messen?

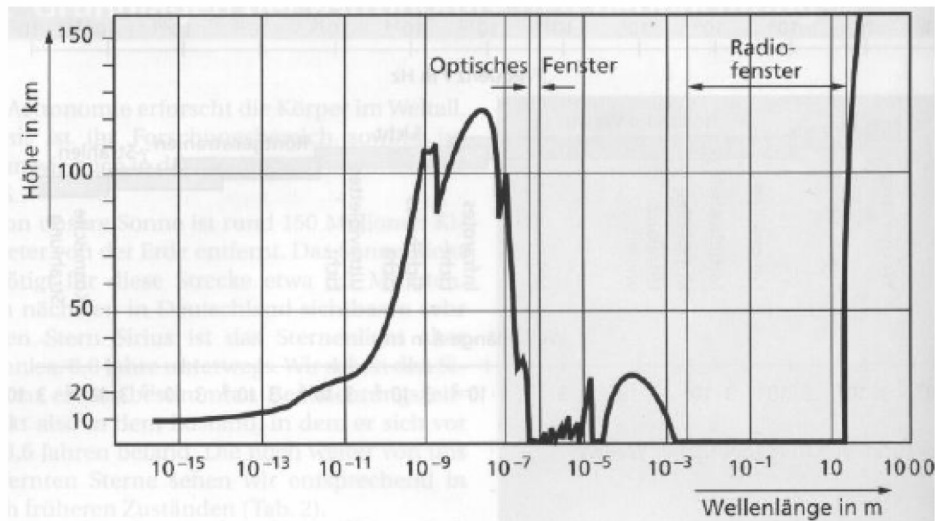
Aufgabe 16: Nachweis niederenergetischer Strahlung

Instrumente, die Photonen (elektromagnetische Wellen) empfangen, kennen Sie schon lange: Antennen.

- a) Aufwändige Reflektor- oder Trichterkonstruktionen dienen nur der Konzentration der Schwingungen der elektromagnetischen Felder. Die eigentliche Detektion erfolgt durch Umwandlung in elektrische Spannungen bzw. Ströme. Wir wollen hier annehmen, dass dazu ein LC -Schwingkreis aus einer Spule und einem Kondensator, idealisierterweise ohne dämpfenden Widerstand, verwendet wird. (Auch eine Stabantenne verhält sich wie ein aufgebogener Schwingkreis.) Geben

Sie die Formel für die Resonanzfrequenz eines LC -Schwingkreises an! Es sei nun $L=1 \cdot 10^{-10}\text{H}$. Wie groß muss C gewählt werden, um auf der Wellenlänge maximaler Intensität der 3K-Hintergrundstrahlung zu detektieren?

- b) Die Erdatmosphäre ist nur in zwei Bereichen perfekt durchlässig, im schmalen optischen und im breiteren Radiofenster. Aber auch zwischen optischem und Radiobereich ist die Transparenz nicht schlecht.



Absorption elektromagnetischer Strahlung verschiedener Wellenlängen durch die Erdatmosphäre. Die Kurve gibt diejenige Höhe an, bei der die einfallende Strahlung auf 10 % ihrer ursprünglichen Intensität abgefallen ist.

Die 3K-Hintergrundstrahlung ist ja auch mit einer erdgebundenen Antenne entdeckt worden. Bei welcher Wellenlänge liegt nämlich ihr Maximum? Hätte die Hintergrundstrahlung auf ähnliche Weise entdeckt werden können, wenn sie bei 20K läge? Und wenn sie eine Temperatur von 0,1mK hätte?

- c) Wichtige Informationen gewinnen Astronomen aus der 21cm-Linie. Dabei handelt es sich um einen sogenannten Hyperfein-Übergang von Wasserstoff (Wechsel zwischen antiparalleler und paralleler Stellung von Kern- und Elektronenspin. Den Spin werden Sie in späteren Vorlesungen noch kennenlernen.) Wir wollen den LC -Schwingkreis aus b) auch zur Detektion der 21cm-Linie verwenden. C ist festgelegt. Rechnen Sie zunächst aus, wie groß L jetzt sein müsste. Finden Sie dann ein Material mit einer Permeabilität, mit dem die Spule gefüllt werden kann, um die Induktivität gegenüber dem in b) gegebenen Wert entsprechend zu erhöhen (größenordnungsmäßig).
- d) Was ist ein Pyrometer, wie funktioniert es und in welchem Messbereich der zu messenden Größe verwendet man es?
- e) Ein Bolometer ist ein Strahlungssensoren, der auf der durch die Strahlung hervorgerufenen Temperaturerhöhung beruht. Dabei kommen verschiedene physikalische Prinzipien zur Messung der Temperaturänderung zum Einsatz. Für welchen Wellenlängenbereich verwendet man sogenannten Thermosäulen und auf welchem Prinzip beruhen diese? Schätzen Sie die Größenordnung

der Strahlungsleistung ab, die man nachweisen kann, wenn die gerade noch aufzulösende Temperaturänderung $2mK$ beträgt! Welche Nennleistung muss eine konventionelle Glühbirne ($T = 1000\text{ K}$) haben, die in 10 m Entfernung des Bolometers gerade noch nachgewiesen werden kann? Nehmen Sie an, dass sich die Glühbirne wie ein schwarzer Strahler verhält und das Bolometer im gesamten Wellenlängenbereich gleichermaßen empfindlich ist.

Aufgabe 17: Projektoren und Messung von Wahrscheinlichkeiten
(schriftlich abzugeben, 8 Punkte)

Eine Orthonormalbasis eines Zweizustandssystems bestehe aus den Zuständen $|z+\rangle$ und $|z-\rangle$ ("z"-Basis). Eine Wellenfunktion sei als

$$|\Psi\rangle = \alpha |z+\rangle + \beta |z-\rangle \quad \alpha, \beta \text{ komplex, } |\alpha|^2 + |\beta|^2 = 1$$

gegeben. Eine Messung in der z -Basis mit dem Ergebnis, dass der $|z+\rangle$ -Zustand vorliegt, also ein $|z+\rangle$ -Filter, projiziert $|\Psi\rangle$ in den Zustand $|z+\rangle \langle z+|\Psi\rangle$. Die Wahrscheinlichkeit hierfür beträgt $|\langle z+|\Psi\rangle|^2$. Für eine Messung mit dem Ergebnis $|z-\rangle$ gilt Analoges.

Eine andere Orthonormalbasis ("v"-Basis) besteht aus den Zuständen $|v+\rangle$ und $|v-\rangle$, die mit den z -Zuständen wie folgt zusammenhängen (θ ist ein fester Parameter):

$$|v+\rangle = \cos \frac{\theta}{2} |z+\rangle + \sin \frac{\theta}{2} |z-\rangle \quad \text{und} \quad |v-\rangle = -\sin \frac{\theta}{2} |z+\rangle + \cos \frac{\theta}{2} |z-\rangle.$$

- Es werde der Zustand bezüglich z gemessen. Mit welcher Wahrscheinlichkeit erhält man den $|z+\rangle$ -, mit welcher den $|z-\rangle$ -Zustand?
- Stellen Sie zunächst Ψ in der v -Basis dar. An Ψ werde der Zustand bezüglich v gemessen. Mit welcher Wahrscheinlichkeit erhält man den $|v+\rangle$ -, mit welcher den $|v-\rangle$ -Zustand?
- An Teilchen im Ausgangszustand Ψ werde zuerst der Zustand in der z -Basis, danach der in der v -Basis gemessen. Mit welcher bedingten Wahrscheinlichkeit misst man $|v+\rangle$ bzw. $|v-\rangle$, wenn zuvor $|z+\rangle$ gemessen wurde?
- Ausgangszustand sei wieder jeweils Ψ . In einem Experiment wird nur der Zustand bezüglich v gemessen, in einem anderen zuerst der Zustand bezüglich z und danach der bezüglich v . In dieser Teilaufgabe habe θ den konkreten Zahlenwert 90° . Auch wenn wir es im zweiten Experiment wissen, wollen wir nur die zwei Fälle unterscheiden, ob in der v -Messung $|v+\rangle$ oder $|v-\rangle$ ermittelt wurde, egal, ob die z -Messung vorher $|z+\rangle$ oder $|z-\rangle$ ergeben hatte. Erhält man dieselben Wahrscheinlichkeiten dafür $|v+\rangle$ bzw. $|v-\rangle$ zu messen, wenn vorher der Zustand bezüglich z gemessen wurde, wie wenn ausschließlich der Zustand bezüglich v gemessen wird?